

EDSON APARECIDO MITISHITA

**MONORESTITUIÇÃO DIGITAL DE AEROFOTOS,
ASSOCIADA COM SISTEMA DE COMPUTAÇÃO
GRÁFICA C.A.D., PARA FINS DE MAPEAMENTO
NA ÁREA FLORESTAL**

Tese apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, do Setor de Ciências Agrárias da Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do Título de "Doutor em Ciências Florestais".

CURITIBA
1997



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SETOR DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS
COORDENAÇÃO DO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA FLORESTAL

P A R E C E R

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, reuniram-se para realizar a arguição da Tese de **DOUTORADO**, apresentada pelo candidato **EDSON APARECIDO MITISHITA**, sob o título "**MONORESTITUIÇÃO DIGITAL DE AEROFOTOS, ASSOCIADA COM SISTEMA DE COMPUTAÇÃO GRÁFICA C.A.D., PARA FINS DE MAPEAMENTO NA ÁREA FLORESTAL**". para obtenção do grau de **Doutor** em Ciências Florestais, no Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal do Setor de Ciências Agrárias da Universidade Federal do Paraná, Área de Concentração **MANEJO FLORESTAL**.

Após haver analisado o referido trabalho e arguido o Candidato são de parecer pela "**APROVAÇÃO**" da Tese, com média final: (**9,6**), correspondente ao conceito (**A**).

Curitiba, 29 DE AGOSTO DE 1997

Prof. Dr. Aluir Porfirio Dal Poz
Primeiro Examinador
UNESP

Prof. Dr. Jose Bittencourt de Andrade
Segundo Examinador
UFPR

Prof. Dr. Quintino Dalmolin
Terceiro Examinador
UFPR

Prof. Dr. Sylvio Péllico Netto
Quarto Examinador
UFPR

Prof. Dr. Flávio Felipe Kirchner
Orientador e Presidente da Banca
UFPR



EDSON APARECIDO MITISHITA

**MONORESTITUIÇÃO DIGITAL DE AEROFOTOS, ASSOCIADA COM
SISTEMA DE COMPUTAÇÃO GRÁFICA C.A.D., PARA FINS DE
MAPEAMENTO NA ÁREA FLORESTAL**

COMITÊ DE ORIENTAÇÃO

Orientador: Prof. Dr. Flávio Felipe Kirchner

Co-orientadores: Prof. Dr. Sylvio Péllico Netto

Prof. Dr. Quintino Dalmolin

CURITIBA

1997

À minha esposa ROSANGELA e
aos meus filhos RODRIGO SEIJI e LUCIANA MAYUME

DEDICO

AGRADECIMENTOS

Desejo externar os meus sinceros agradecimentos às pessoas e instituições que contribuíram para a realização deste trabalho. Especialmente:

Ao Prof. Flávio Felipe Kirchner, pela orientação, apoio, pela amizade e incentivo;

Aos meus co-orientadores, Prof. Sylvio Péllico Netto e Prof. Quintino Dalmolin, pela amizade e irrestrito apoio;

Ao amigo Engenheiro Alvaro Muriel Lima Machado, pelas sugestões apresentadas, auxílio no desenvolvimento da informática e principalmente pela grande amizade e irrestrito apoio;

Ao amigo Fotogrametrista Romiltom Pedrosa de Lima, pela realização das observações fotogramétricas necessárias ao desenvolvimento do trabalho;

À Prof. Maria Aparecida Z. Zanetti, por assumir grande parte dos trabalhos da Coordenação de Curso de Engenharia Cartográfica durante a realização deste trabalho;

Às empresas de aerofotogrametria Aerodata, Aeroimagem, Agritec, Engefoto, Esteio e Universal pelo fornecimento de equipamentos e materiais necessários à realização deste trabalho;

À Universidade Federal do Paraná, pela oportunidade concedida para a realização deste curso e aos Colegas do Departamento de Geociências;

Ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal da Universidade Federal do Paraná, por possibilitar a realização deste Curso e do presente trabalho;

Particularmente, à minha esposa e filhos pela compreensão, incentivo, paciência e estímulo para a realização deste trabalho.

BIOGRAFIA

EDSON APARECIDO MITISHITA, filho de João Mitishita e de Aracy Rodrigues Mitishita, nasceu em Santa Cruz do Rio Pardo, Estado de São Paulo, em 17 de agosto de 1956.

Realizou o Curso Primário no Grupo Escolar Dr. Ubaldino do Amaral, o Curso Ginásial e Colegial no Colégio Estadual Rio Branco e Curso Técnico em Contabilidade no Colégio “Prof. João Sosnitzki” em Santo Antônio da Platina, PR.

Em 1977 iniciou o Curso de Engenharia Cartográfica, na Universidade Federal do Paraná, graduando-se em 1981.

Em 1982 e 1983 realizou o Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas na Universidade Federal do Paraná, onde obteve o título de Mestre em Ciências Geodésicas em 1986.

Em 1984 iniciou suas atividades profissionais como Engenheiro Cartógrafo na Empresa Aerodata S.A. Engenharia de Aerolevantamentos, trabalhando até 1993.

Em 1987 ingressou na Universidade Federal do Paraná, como professor assistente I, onde, atualmente, ocupa o cargo de Professor Assistente III.

E em 1994 iniciou o Doutorado no Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, da Universidade Federal do Paraná, o qual será concluído com a defesa desta Tese.

SUMÁRIO

	Página
LISTA DE FIGURAS	xiii
LISTA DE TABELAS	xvi
RESUMO	xxiii
ABSTRACT	xxiv
1.0 INTRODUÇÃO	01
1.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS	01
1.2 OBJETIVOS	02
1.3 JUSTIFICATIVAS	03
2.0 REVISÃO DE LITERATURA	04
2.1 ESTRUTURAS BÁSICAS DE UM ARQUIVO DIGITAL	04
2.1.1 Estrutura vetorial	06
<u>2.1.1.1 Entidades pontuais</u>	07
<u>2.1.1.2 Entidades lineares</u>	07
2.1.1.2.1 Entidade linear reta	08
2.1.1.2.2 Entidade linear curva	08
<u>2.1.1.3 Entidades de área</u>	09
2.1.1.3.1 Polígonos regulares ortogonais	10
2.1.1.3.2 Polígonos regulares não ortogonais	10
2.1.1.3.3 Áreas irregulares	11
<u>2.1.1.4 Estrutura de um arquivo vetorial</u>	12
<u>2.1.1.5 Nível gráfico</u>	13
2.1.2 Estrutura “raster”	14
<u>2.1.2.1 Digitalização matricial “scanning”</u>	15
<u>2.1.2.2 Conversão analógica/digital</u>	16
<u>2.1.2.3 Formato de tons de cinza</u>	17

	Página
<u>2.1.2.4 Formato preto e branco</u>	17
<u>2.1.2.5 Resolução Óptica</u>	18
<u>2.1.2.6 Resolução Geométrica</u>	18
2.2 DIGITALIZAÇÃO VETORIAL	19
2.2.1 Sistema de digitalização vetorial	20
2.2.2 Mesa digitalizadora	20
<u>2.2.2.1 Superfície de digitalização</u>	21
<u>2.2.2.2 Cursor</u>	22
<u>2.2.2.3 Processador</u>	22
<u>2.2.2.4 Resolução de uma mesa digitalizadora</u>	23
<u>2.2.2.5 Precisão de uma mesa digitalizadora</u>	24
2.2.3 Modelamento matemático da digitalização vetorial	25
2.2.4 Transformação entre referenciais	29
2.3 SISTEMAS DE COORDENADAS	29
2.3.1 Referenciais do espaço imagem	31
<u>2.3.1.1 Referencial instrumental</u>	31
2.3.1.1.1 Referencial instrumental de placa.....	32
2.3.1.1.2 Calibração do sistema de leitura	35
<u>2.3.1.2 Referencial fiducial</u>	36
2.3.1.2.1 Definição do referencial fiducial	39
<u>2.3.1.3 Transformação de coordenadas no referencial instrumental de placa para o referencial fiducial</u>	40
<u>2.3.1.4 Referencial fotogramétrico</u>	42
<u>2.3.1.5 Transformação de coordenadas no referencial fiducial para o referencial fotogramétrico</u>	43
2.3.2 Referenciais do espaço objeto	44

	Página
2.3.3 Referencial U.T.M.	50
2.3.4 Referencial L.T.M.	52
2.4 EQUAÇÕES DE COLINEARIDADE	54
2.5 ERROS SISTEMÁTICOS DA IMAGEM FOTOGRÁFICA	58
2.5.1 Trabalho do filme	59
2.5.2 Distorções de lentes	59
<u>2.5.2.1 Correção da distorção radial simétrica</u>	60
<u>2.5.2.2 Correção da distorção descentrada</u>	61
2.5.3 Refração fotogramétrica	62
2.6 EQUAÇÕES DE COLINEARIDADE INVERSA	65
2.7 ORIENTAÇÃO EXTERIOR DE UMA AEROFOTO NO ESPAÇO	70
2.8 FORMAÇÃO ANALÍTICA DO MODELO FOTOGRAMÉTRICO	75
2.9 ORIENTAÇÃO ABSOLUTA DO MODELO FOTOGRAMÉTRICO	78
2.10 MODELO DIGITAL DE TERRENO	80
2.10.1 Conceituação básica sobre D.T.M.	81
2.10.2 Obtenção das informações da superfície real	81
2.10.3 Amostragem de pontos em forma de perfis	82
<u>2.10.3.1 Perfilagem regular</u>	83
<u>2.10.3.2 Perfilagem irregular</u>	83
<u>2.10.3.3 Amostragem de pontos independentes</u>	84
<u>2.10.3.4 Amostragem com perfis irregulares e pontos independentes</u>	85
2.10.4 Elaboração do modelo matemático	85
<u>2.10.4.1 Triangulação</u>	85
<u>2.10.4.2 Malha regular</u>	88
<u>2.10.4.3 Funções de interpolação</u>	89

	Página
2.10.4.3.1 Métodos baseados em vizinhança global	89
2.10.4.3.1.1 <i>Funções que interpolam a partir de superfícies matemáticas</i>	90
2.10.4.3.1.2 <i>Funções que interpolam a partir de pontos discretos</i>	91
2.10.4.3.2 Métodos locais	93
3.0 MATERIAIS E MÉTODOS	95
3.1 MATERIAIS EMPREGADOS	95
3.1.1 Campo de Calibração de câmaras aéreas	95
3.1.1.1 Características geométricas das aerofotos utilizadas	96
3.1.2 Área florestal Banestado	99
3.1.2.1 Características geométricas das aerofotos utilizadas	99
3.1.3 Área florestal Suzano	102
3.1.3.1 Características geométricas das aerofotos utilizadas	103
3.1.4 Área urbana de Guarapuava	105
3.1.4.1 Características geométricas das aerofotos utilizadas	105
3.2 METODOLOGIA	108
3.2.1 Monorestituição digital de aerofotos	108
<u>3.2.1.1 Preparação da aerofoto</u>	110
<u>3.2.1.2 Orientação interior da aerofoto</u>	110
3.2.1.2.1 Parâmetros geométricos da câmara	111
3.2.1.2.2 Observações das marcas fiduciais	111
3.2.1.2.3 Determinação de parâmetros de transformação e análise de resultados	114
3.2.1.2.4 Transformações matemáticas e correções dos erros sistemáticos nas observações fotogramétricas	114
<u>3.2.1.3 Orientação espacial aproximada da aerofoto digital</u>	115

	Página
3.2.1.3.1 Obtenção de coordenadas geodésicas locais dos pontos fotogramétricos marcados na aerofoto.....	116
3.2.1.3.2 Observações de pontos fotogramétricos	116
3.2.1.3.3 Determinação dos parâmetros da transformação	116
<u>3.2.1.4 Orientação espacial exata da aerofoto digital</u>	117
<u>3.2.1.5 Obtenção das informações altimétricas da região a ser monorestituída</u> ...	117
3.2.1.5.1 Varredura monoscópica de pontos.....	117
<u>3.2.1.6 Digitalização vetorial das entidades gráficas de interesse</u>	119
<u>3.2.1.7 Transformações entre referenciais do espaço imagem, espaço objeto e do sistema de projeção</u>	119
3.2.1.7.1 Transformação de um ponto digitalizado na aerofoto digital no referencial de desenho para o referencial geodésico local.....	120
3.2.1.7.1.1 <i>Fases de trabalho necessárias para a transformação de um ponto digitalizado para o referencial geodésico local</i>	122
3.2.1.7.2 Transformação do ponto no referencial geodésico local para o sistema de projeção adotado	124
<u>3.2.1.8 Procedimentos finais para a elaboração da carta planimétrica</u>	125
3.2.2 Interpolação altimétrica	126
<u>3.2.2.1 Polinômio de 3º grau</u>	126
<u>3.2.2.2 Superfície triangular plana</u>	127
<u>3.2.2.3 Superfície triangular de 3º grau contínua</u>	129
<u>3.2.2.4 Superfície triangular de 4º grau contínua</u>	131
4.0 RESULTADOS E DISCUSSÕES	133
4.1 PRECISÕES DAS OBSERVAÇÕES	133
4.1.1 Procedimento estático de observações	138
<u>4.1.1.1 Precisão de observação de marcas fiduciais</u>	138

	Página
<u>4.1.1.2 Precisão de observação de pontos fotogramétricos</u>	
<u>artificiais e pré-sinalizados</u>	139
<u>4.1.1.3 Precisão de observação de pontos fotogramétricos</u>	
<u>definidos por detalhes fotoidentificáveis</u>	141
4.1.2 Procedimento dinâmico de observações	143
4.2 DETERMINAÇÃO ALTIMÉTRICA	148
4.2.1 Polinômio de 3º grau	148
4.2.2 Superfície triangular plana	162
4.2.3 Superfície triangular de 3º grau contínua	168
4.2.4 Superfície triangular de 4º grau contínua	179
4.2.5 Resultados globais de interpolação altimétrica nas regiões de	
recobrimento aéreo empregadas neste trabalho	187
4.2.6 Conclusões gerais sobre os procedimentos de determinação	
altimétrica desenvolvidos e testados neste trabalho	198
4.3 VARREDURA MONOSCÓPICA DE PONTOS	199
4.3.1 Obsevações de pontos fotogramétricos	200
<u>4.3.1.1 Marcas fiduciais</u>	200
<u>4.3.1.2 Pontos fotogramétricos de apoio</u>	201
<u>4.3.1.3 Pontos de varredura</u>	201
4.3.2 Orientação interior das aerofotos que formam o	
modelo fotogramétrico	203
4.3.3 Formação analítica do modelo fotogramétrico	205
4.3.4 Orientação absoluta do modelo fotogramétrico	209
4.4 MONORESTITUIÇÃO DIGITAL DE AEROFOTOS	212
4.4.1 Orientação interior	212
4.4.2 Orientação espacial aproximada	225

4.4.3 Orientação espacial exata.....	230
	Página
4.4.4 Transformação entre referenciais do espaço imagem, espaço objeto e do sistema de projeção	233
5.0 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	245
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	250

LISTA DE FIGURAS

Figura	Página
01 Representação gráfica das estruturas de dados espaciais “raster” e vetorial.....	05
02 Representação gráfica das principais entidades vetoriais.....	06
03 Representação gráfica de entidades pontuais	07
04 Representação gráfica de entidades lineares retas.....	08
05 Representação gráfica de entidades lineares curvas.....	09
06 Representação gráfica de um polígono regular ortogonal.....	10
07 Representação gráfica de um polígono regular não ortogonal	11
08 Representação gráfica de uma área irregular.....	12
09 Representação gráfica de uma imagem na estrutura “raster”	14
10 Representação esquemática de equipamentos necessários à digitalização	20
11 Representação gráfica da superfície de digitalização.....	21
12 Representação gráfica dos componentes básicos de um cursor	22
13 Representação gráfica da resolução de uma mesa digitalizadora.....	23
14 Representação gráfica da disposição de pontos de apoio numa carta	27
15 Representação gráfica dos espaços imagem e objeto	30
16 Disposição do referencial instrumental num monocomparador	31
17 Disposição das marcas de calibração no porta fotos	33
18 Disposição do referencial instrumental de placa no porta fotos.....	33
19 Disposições de marcas fiduciais nas câmaras aéreas.....	37
20 Definição do centro fiducial numa aerofoto.....	38
21 O referencial fiducial numa aerofoto.....	39
22 Referencial instrumental de placa e referencial fiducial	40
23 Disposição do referencial fotogramétrico numa aerofoto	43

Figura	Página
24 Referencial geodésico cartesiano tridimensional	46
25 Referencial geodésico cartesiano local.....	47
26 Condição de colinearidade.....	54
27 Introdução do referencial geodésico local nas equações de colinearidade.....	56
28 Efeito da refração fotogramétrica na imagem fotográfica.....	63
29 Referencial cartesiano tridimensional hipotético	67
30 Condição de utilização das equações de colinearidade inversa.....	70
31 Orientação exterior de uma aerofoto no espaço	71
32 Distribuição mínima desejável na prática de pontos numa aerofoto para fins de orientação exterior.....	72
33 Esquema da formação analítica do modelo fotogramétrico	76
34 Esquema da distribuição mínima desejável de pontos fotogramétricos nas aerofotos para a formação analítica do modelo.....	77
35 Distribuição mínima desejável de pontos fotogramétricos de apoio no modelo fotogramétrico.....	79
36 Fases de trabalho necessárias ao processo de modelamento matemático de superfícies.....	81
37 Amostragem em forma de perfis regulares.....	83
38 Amostragem em forma de perfis irregulares	84
39 Forma de amostragem de pontos independentes	84
40 Modelo digital de triangulação	86
41 Propriedade do circuncírculo na definição de triângulos de Delaunay	88
42 Aerofoto central do campo de calibração	98
43 Aerofoto central da área florestal Banestado.....	101

Figura	Página
44 Aerofoto central da área florestal Suzano	104
45 Aerofoto central da área urbana Guarapuava	107
46 Representação do plano de desenho “MicroStation”	112
47 Fluxo de trabalho necessário à transformação de coordenadas instrumentais para geodésicas locais	121
48 Convergência do processo iterativo.....	124
49 Triângulo e o ponto interno a ser interpolado.....	128
50 “Pixels” representativos de um objeto na imagem analógica.....	137
51 Centróide de uma entidade gráfica	145
52 Distribuição espacial dos pontos de controle em relação ao ponto a ser interpolado numa superfície de relevo altamente acidentado .	150
53 Distribuição espacial dos pontos de controle em relação ao ponto a ser interpolado numa superfície com relevo altamente acidentado com maior densificação de pontos de controle.....	153
54 Distribuição espacial dos pontos de controle em relação ao ponto a ser interpolado numa superfície com menor variação de altura ...	155
55 Distribuição espacial dos pontos de controle em relação ao ponto a ser interpolado numa superfície com maior variação de altura e intervalo entre os pontos de controle.....	157
56 Distribuição espacial dos pontos de controle em relação ao ponto a ser interpolado numa superfície com menor variação de altura e maior intervalo entre os pontos de controle.....	159
57 Distribuição espacial dos pontos de controle em relação ao ponto a ser interpolado numa superfície da parte inferior do campo de calibração de câmaras	161

LISTA DE TABELAS

Tabela	Página
01 Descrição das principais entidades vetoriais.....	06
02 Médias e seus desvios padrões, de dez observações realizadas em quatro marcas fiduciais com ampliação de imagem na tela de 150 vezes	136
03 Médias e seus desvios padrões, de dez observações realizadas em quatro pontos fotogramétricos artificiais com ampliação de imagem na tela de 20 vezes.....	140
04 Médias e seus desvios padrões, de dez observações realizadas em quatro pontos fotoidentificáveis com ampliação de imagem na tela de cinco vezes ..	141
05 Médias e seus desvios padrões, de dez observações realizadas em quatro pontos fotoidentificáveis com ampliação de imagem na tela de dez vezes	142
06 Pontos que definem a 1ª entidade gráfica, em uma das dez digitalizações realizadas e as coordenadas do centróide determinado.....	144
07 Coordenadas dos centróides, provenientes das dez digitalizações da 1ª entidade gráfica, coordenadas do centróide médio e desvio padrão do centróide médio.....	145
08 Pontos que definem a 2ª entidade gráfica, em uma das dez digitalizações realizadas e as coordenadas do centróide determinado.....	146
09 Coordenadas dos centróides, provenientes das dez digitalizações da 2ª entidade gráfica, coordenadas do centróide médio e desvio padrão do centróide médio.....	147
10 Resultados obtidos da interpolação altimétrica com polinômio de 3º grau, aplicado numa superfície de relevo altamente acidentado.....	149
11 Resultados obtidos da interpolação altimétrica com polinômio de 3º grau, aplicado numa superfície de relevo altamente acidentado com maior densificação de pontos de controle	152

Tabela	Página
12 Resultados obtidos da interpolação altimétrica com polinômio de 3º grau, aplicado numa superfície com menor variação de altura.....	154
13 Resultados obtidos da interpolação altimétrica com polinômio de 3º grau, aplicado numa superfície com maior variação de altura, definida por um conjunto de pontos de controle bem espaçados	156
14 Resultados obtidos da interpolação altimétrica com polinômio de 3º grau, aplicado numa superfície com menor variação de altura, definida por um conjunto de pontos de controle bem espaçados	158
15 Resultados obtidos da interpolação altimétrica com polinômio de 3º grau, aplicado numa superfície obtida da parte inferior do campo de calibração de câmaras.....	160
16 Resultados obtidos da interpolação altimétrica com a superfície triangular plana, aplicado numa região de relevo altamente acidentado.....	162
17 Resultados obtidos da interpolação altimétrica com a superfície triangular plana, aplicado numa região de relevo altamente acidentado com maior densificação de pontos de controle	163
18 Resultados obtidos da interpolação altimétrica com a superfície triangular plana, aplicado numa região com menor variação de altura	164
19 Resultados obtidos da interpolação altimétrica com a superfície triangular plana, aplicado numa região com maior variação de altura, tendo um conjunto de pontos de controle bem espaçados	165
20 Resultados obtidos da interpolação altimétrica com a superfície triangular plana, aplicado numa região com menor variação de altura, tendo um conjunto de pontos de controle bem espaçados	166
21 Resultados obtidos da interpolação altimétrica com a superfície triangular plana, aplicado numa região obtida da parte inferior do campo de calibração de câmaras	167
22 Resultados obtidos da interpolação altimétrica com a superfície triangular de 3º grau contínua, aplicado numa região de relevo altamente acidentado....	169

Tabela	Página
23 Resultados obtidos da interpolação altimétrica com a superfície triangular de 3º grau contínua, aplicado numa região de relevo altamente acidentado com maior densificação de pontos de controle	170
24 Resultados obtidos da interpolação altimétrica com a superfície triangular de 3º grau contínua, aplicado numa região com menor variação de altura.....	173
25 Resultados obtidos da interpolação altimétrica com a superfície triangular de 3º grau contínua, aplicado numa região com maior variação de altura, tendo um conjunto de pontos de controle bem espaçados	174
26 Resultados obtidos da interpolação altimétrica com a superfície triangular de 3º grau contínua, aplicado numa região com menor variação de altura, tendo um conjunto de pontos de controle bem espaçados	176
27 Resultados obtidos da interpolação altimétrica com a superfície triangular de 3º grau contínua, aplicado numa região obtida da parte inferior do campo de calibração de câmaras	178
28 Resultados obtidos da interpolação altimétrica com a superfície triangular de 4º grau contínua, aplicado numa região de relevo altamente acidentado....	180
29 Resultados obtidos da interpolação altimétrica com a superfície triangular de 4º grau contínua, aplicado numa região de relevo altamente acidentado com maior densificação de pontos de controle	181
30 Resultados obtidos da interpolação altimétrica com a superfície triangular de 4º grau contínua, aplicado numa região com menor variação de altura.....	182
31 Resultados obtidos da interpolação altimétrica com a superfície triangular de 4º grau contínua, aplicado numa região com maior variação de altura, tendo um conjunto de pontos de controle bem espaçados	183
32 Resultados obtidos da interpolação altimétrica com a superfície triangular de 4º grau contínua, aplicado numa região com menor variação de altura, tendo um conjunto de pontos de controle bem espaçados	184
33 Resultados obtidos da interpolação altimétrica com a superfície triangular de 4º grau contínua, aplicado numa região obtida da parte inferior do campo de calibração de câmaras	185

Tabela	Página
34 Diferenças de alturas obtidas nos pontos com os procedimentos de interpolação testados	186
35 Diferenças de alturas nos pontos pré-sinalizados - Intervalo de trinta metros entre pontos de controle e mais pontos adicionais na região da escarpa.....	188
36 Diferenças de alturas nos pontos pré-sinalizados - Grade com intervalo de trinta metros entre pontos de controle.....	189
37 Diferenças de alturas nos pontos pré-sinalizados - Grade com intervalo de sessenta metros entre pontos de controle	190
38 Diferenças de alturas nos pontos pré-sinalizados - Grade com intervalo de cento e vinte metros entre pontos de controle.....	191
39 Diferenças de alturas nos pontos fotoidentificáveis - Grade com intervalo de trinta metros entre pontos de controle	192
40 Diferenças de alturas nos pontos fotoidentificáveis - Grade com intervalo de sessenta metros entre pontos de controle	193
41 Diferenças de alturas nos pontos fotoidentificáveis - Grade irregular entre pontos de controle, sem intervalo definido	194
42 Diferenças de alturas nos pontos fotoidentificáveis - Grade de quinze metros entre pontos de controle, numa região de conformação de relevo relativamente plana	195
43 Diferenças de alturas nos pontos fotoidentificáveis - Grade de quarenta e cinco metros entre pontos de controle, numa região de conformação de relevo relativamente plana	196
44 Diferenças de alturas nos pontos fotoidentificáveis - Grade de setenta e cinco metros entre pontos de controle, numa região de conformação de relevo relativamente plana	197

Tabela	Página
45 Observações em milímetros das marcas fiduciais das aerofotos que formam o modelo fotogramétrico	200
46 Coordenadas dos pontos fotogramétricos de apoio no referencial fotogramétrico	201
47 Coordenadas dos pontos de varredura no referencial fotogramétrico	202
48 Resultados do ajustamento M.M.Q., empregado na determinação dos parâmetros da transformação afim geral - aerofoto 035	204
49 Resultados do ajustamento M.M.Q., empregado na determinação dos parâmetros da transformação afim geral - aerofoto 036	205
50 Parâmetros de orientação exterior e resíduos das observações obtidos na formação analítica do modelo fotogramétrico	207
51 Coordenadas dos pontos fotogramétricos de apoio e pontos de varredura no referencial espacial de modelo	208
52 Resultados obtidos no ajustamento na determinação dos parâmetros da transformação isogonal - orientação absoluta	210
53 Coordenadas dos pontos de varredura transformadas para o referencial geodésico local e as diferenças absolutas entre valores determinados e observados no aparelho analítico WILD BC-3	211
54 Coordenadas das marcas fiduciais nos referenciais do plano gráfico e fiducial da aerofoto digital 01	214
55 Resultados obtidos do ajustamento da transformação afim geral nos dados obtidos da aerofoto digital 01	214
56 Resultados obtidos do ajustamento da transformação projetiva nos dados obtidos da aerofoto digital 01	215
57 Resultados obtidos do ajustamento da transformação polinomial de 2º grau nos dados obtidos da aerofoto digital 01	215
58 Coordenadas das marcas fiduciais nos referenciais de placa e fiducial da aerofoto analógica 01	216

Tabela	Página
59 Resultados obtidos do ajustamento da transformação afim geral nos dados obtidos da aerofoto analógica 01	217
60 Resultados obtidos do ajustamento da transformação projetiva nos dados obtidos da aerofoto analógica 01	217
61 Resultados obtidos do ajustamento da transformação polinomial de 2º grau nos dados obtidos da aerofoto analógica 01	218
62 Coordenadas das marcas fiduciais nos referenciais do plano gráfico e fiducial da aerofoto digital 02	219
63 Resultados obtidos do ajustamento da transformação afim geral nos dados obtidos da aerofoto digital 02	220
64 Resultados obtidos do ajustamento da transformação projetiva nos dados obtidos da aerofoto digital 02	220
65 Resultados obtidos do ajustamento da transformação polinomial de 2º grau nos dados obtidos da aerofoto digital 02.....	221
66 Coordenadas das marcas fiduciais nos referenciais de placa e fiducial da aerofoto analógica 02.....	222
67 Resultados obtidos do ajustamento da transformação afim geral nos dados obtidos da aerofoto analógica 02	222
68 Resultados obtidos do ajustamento da transformação projetiva nos dados obtidos da aerofoto analógica 02	223
69 Resultados obtidos do ajustamento da transformação polinomial de 2º grau nos dados obtidos da aerofoto analógica 02	223
70 Coordenadas dos pontos fotogramétricos de apoio nos referenciais fotogramétrico e geodésico local - Campo de Calibração	226
71 Resultados obtidos do ajustamento da transformação projetiva nas observações dos pontos fotogramétricos de apoio - Campo de Calibração	226

Tabela	Página
72 Diferenças de coordenadas planimétricas, obtidas com a transformação matemática - aplicada em outros pontos pré-sinalizados existentes no Campo de Calibração	227
73 Coordenadas dos pontos fotogramétricos de apoio nos referenciais fotogramétrico e geodésico local - Região de Guarapuava	228
74 Resultados obtidos do ajustamento da transformação projetiva nas observações dos pontos fotogramétricos de apoio - Região de Guarapuava ...	228
75 Diferenças de coordenadas planimétricas, obtidas com a transformação matemática - aplicada em pontos fotogramétricos (detalhes fotoidentificáveis) existentes na Região de Guarapuava	229
76 Resultados obtidos do ajustamento das equações de colinearidade, nas observações dos pontos fotogramétricos de apoio - Campo de Calibração	231
77 Resultados obtidos do ajustamento das equações de colinearidade, nas observações dos pontos fotogramétricos de apoio - Região de Guarapuava ...	232
78 Diferenças de coordenadas planialtimétricas obtidas no processo de retificação planimétrica e modelamento matemático de superfície, aplicado na região do campo de Calibração de Câmaras	237
79 Diferenças de coordenadas planialtimétricas obtidas no processo de retificação planimétrica e modelamento matemático de superfície, aplicado na região do campo de Calibração de Câmaras, com a correção dos erros sistemáticos de distorção de lentes e refração atmosférica	239
80 Diferenças de coordenadas planialtimétricas obtidas no processo de retificação planimétrica e modelamento matemático de superfície, aplicado na região da Área Florestal Banestado.....	241
81 Diferenças de coordenadas planialtimétricas obtidas no processo de retificação planimétrica e modelamento matemático de superfície, aplicado na região Urbana de Guarapuava	243

RESUMO

O presente trabalho mostra os aspectos teóricos, matemáticos e operacionais do desenvolvimento de um novo procedimento de monorestituição de aerofotos digitais, associado com o sistema de computação gráfica C.A.D. (computer aided design) “MicroStation Pc” e com o sistema de modelamento matemático de superfície, visando aplicações na área florestal.

Desenvolveu-se nova metodologia para realizar as observações fotogramétricas numa imagem digital, com ferramentas disponíveis no programa de computação gráfica “MicroStation Pc”. Apresenta-se as precisões obtidas de observações em vários tipos de pontos fotogramétricos na imagem digital, com o cursor estacionado ou em movimento. Analisa-se e apresenta-se os resultados obtidos nas orientações fotogramétricas da aerofoto digital necessárias ao processo de monorestituição. Verificou-se as principais deformações existentes na aerofoto digital, determinando-se o modelo polinomial de 2º grau como o mais apropriado na modelagem dos dados.

Visando a interpolação altimétrica, no sistema de modelamento matemático de superfície, foram testados quatro algoritmos matemáticos de interpolação, baseados numa vizinhança local de pontos de controle, com diferentes condições de contorno. Nos vários testes realizados, obteve-se melhor desempenho com o modelo denominado “superfície triangular de 3º grau”.

Para obter as informações altimétricas para o modelamento matemático de superfície, baseado em observações fotogramétricas, desenvolveu-se o procedimento denominado “varredura monoscópica de pontos”, obtendo-se precisões equivalentes a perfilagem estereofotogramétrica de pontos.

Finalmente mostra-se que o procedimento de monorestituição desenvolvido, pode ser aplicado com muitas vantagens em certos tipos de mapeamento planimétrico, obtendo-se resultados equivalentes à técnica de restituição estereofotogramétrica convencional.

ABSTRACT

The current work shows the theoretical, mathematical and operational aspects of the development of a new procedure of digital airphotos Mono-Differential Restitution, associated with the graphic computation system C.A.D. (computer aided design) MicroStation Pc and with the Digital Terrain Model - D.T.M., aiming applications on the forest area.

It has been developed a new methodology to accomplish the photogrammetric observations on a digital image, with available tools on the graphic computation system MicroStation Pc. It introduces the precisions obtained from many sorts of photogrammetric points on a digital image, with the cursor stopped or in motion.

It analyses and presents the results obtained from the photogrammetric orientation of the digital airphoto needful on the procedure of Mono-Differential Restitution. It verifies the main deformations existing on the digital airphoto, determining the second degree polynomial model as the most appropriated on the data modelling.

Aiming the altimetric interpolation on the Digital Terrain Model - D.T.M, it has been generated four mathematical interpolation models, based on a local neighborhood of control points, with different contour conditions. On the various tests realized, it has been obtained better performance with the model named "third degree triangular surface".

In order to obtain the altimetric information to the Digital Terrain Model - D.T. M., based on photogrammetric observations, it has been developed the procedure named "mono-observation on single airphotos", that results in precision equivalent to the photogrammetric model profiles.

Finally, it shows that the procedure of Mono-Differential Restitution can be applied with many advantages in some kinds of digital mapping, obtaining results equivalent to the conventional technic of stereophotogrammetric restitution.

1.0 INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Com o grande avanço da informática no desenvolvimento de equipamentos e programas voltados para a área de computação gráfica, como também no desenvolvimento de sistemas de banco de dados inteligentes e na grande capacidade de armazenamento de informações e na velocidade de processamento, tornou-se possível implementar diversas aplicações da área florestal em sistemas automatizados de manipulação de informações referenciadas espacialmente. Estes sistemas, popularmente conhecidos como S.I.G - Sistemas de Informações Geográficas ou G.I.S - “Geographic Information System”, trazem em suas estruturas a capacidade de gerenciar e analisar grande volume de informações, visando a obtenção de respostas rápidas para tomada de decisões sobre determinado projeto.

Para a sua implementação são necessárias duas bases de dados distintas. A primeira, conhecida como base alfanumérica ou informação descritiva dos objetos, é obtida através de levantamento de dados ou cadastro dos objetos de interesse num determinado projeto. A segunda é a representação espacial dos objetos realizada, na maioria das vezes, através de um mapeamento digital de uma porção da superfície terrestre. A obtenção de informações espaciais de objetos da superfície terrestre pode ser realizada, basicamente, por técnicas topográficas, aerofotogramétricas e de sensoramento remoto. A escolha de uma técnica está ligada, principalmente, com a aplicação a que se destina o mapeamento e a precisão desejada na representação espacial dos objetos.

A estereorestituição aerofotogramétrica é uma das técnicas atualmente mais utilizada na obtenção de bases digitais de diferentes escalas, precisões e tipos para fins de aplicações em vários segmentos da engenharia. Contudo, a sua operacionalização necessita de técnicos altamente qualificados e de equipamentos fotogramétricos de

elevados custos. Estas necessidades pré-determinam que os mapeamentos aerofotogramétricos sejam realizados, somente por empresas especializadas neste segmento. Desta forma, em várias aplicações de engenharia, o mapeamento aerofotogramétrico digital torna-se inviável devido ao elevado custo e tempo para a realização dos trabalhos.

Atualmente, com o desenvolvimento da informática em “hardware/software”, tornou-se possível associar procedimentos fotogramétricos, com sistemas de computação gráfica a fim de viabilizar a obtenção de bases digitais pelo próprio usuário, baseada em aerofotos, equipamentos de informática de menor custo e procedimentos fotogramétricos operacionais mais facilitados, se comparados com os empregados na estereorestituição.

1.2 OBJETIVOS

O presente trabalho de pesquisa tem por objetivo:

- 1 - Desenvolver uma metodologia de mapeamento digital para a área florestal, baseada em métodos fotogramétricos e procedimentos operacionais de fácil implementação pelo próprio usuário do mapeamento;
- 2- Integrar as técnicas de computação gráfica CAD - “computer aided design”, com métodos fotogramétricos de monorestituição digital de aerofotos a fim de obter um sistema de mapeamento digital de baixo custo;
- 3 - Estudar e implementar procedimentos de determinação altimétrica de pontos, baseados em modelamento digital de superfícies D.T.M. - “Digital Terrain Model”;

- 4 - Verificar a aplicação da técnica de monorestituição de aerofotos em mapeamentos planimétricos para a área florestal;
- 5- Comparar a metodologia proposta com o procedimento de restituição estereofotogramétrica convencional;
- 6 - Apresentar as precisões alcançadas com a metodologia proposta.

1.3 JUSTIFICATIVAS

Vários segmentos da Engenharia florestal vem se utilizando de mapeamentos digitais para a automatização de trabalhos em Sistemas de Informações Geográficas. A obtenção destes mapeamentos ou a transformação de bases analógicas para bases digitais, demonstram que, em muitas aplicações, os resultados obtidos não se adequam às reais necessidades do usuário, principalmente quanto a custo e tempo para a execução dos trabalhos.

Os sistemas de informações espacialmente referenciados necessitam de mapeamentos orientados para a aplicação do usuário. Muitos dos padrões cartográficos, tais como a precisão da representação, forma de levantamento dos dados, simbologia cartográfica, tipos de convenções e sistema de projeção empregado devem ser orientados à aplicação do usuário.

Tendo em vista estas necessidades para a obtenção de bases espaciais de dados orientadas à uma determinada aplicação, verifica-se a importância de desenvolver um sistema de mapeamento digital, onde o próprio usuário tenha condições de realizar o mapeamento digital, ou possibilidade de atualizar o mapeamento existente com procedimentos de fácil operacionalização.

2.0 REVISÃO DE LITERATURA

Neste capítulo são revistas, descritas e desenvolvidas as principais técnicas e ferramentas de trabalho envolvidas no processo de monorestituição digital de aerofotos, e que devem ser implementadas no desenvolvimento desta pesquisa a fim de alcançar os objetivos propostos. Inicia-se com o estudo das estruturas de arquivos digitais, procedimentos de digitalização, referenciais fotogramétricos e geodésicos, equações de colinearidade direta, erros sistemáticos na imagem fotográfica, equações de colinearidade inversa, orientação exterior de uma foto no espaço, formação analítica do modelo fotogramétrico, orientação absoluta do modelo fotogramétrico e estudo de modelamento de superfícies.

2.1 ESTRUTURAS BÁSICAS DE UM ARQUIVO DIGITAL

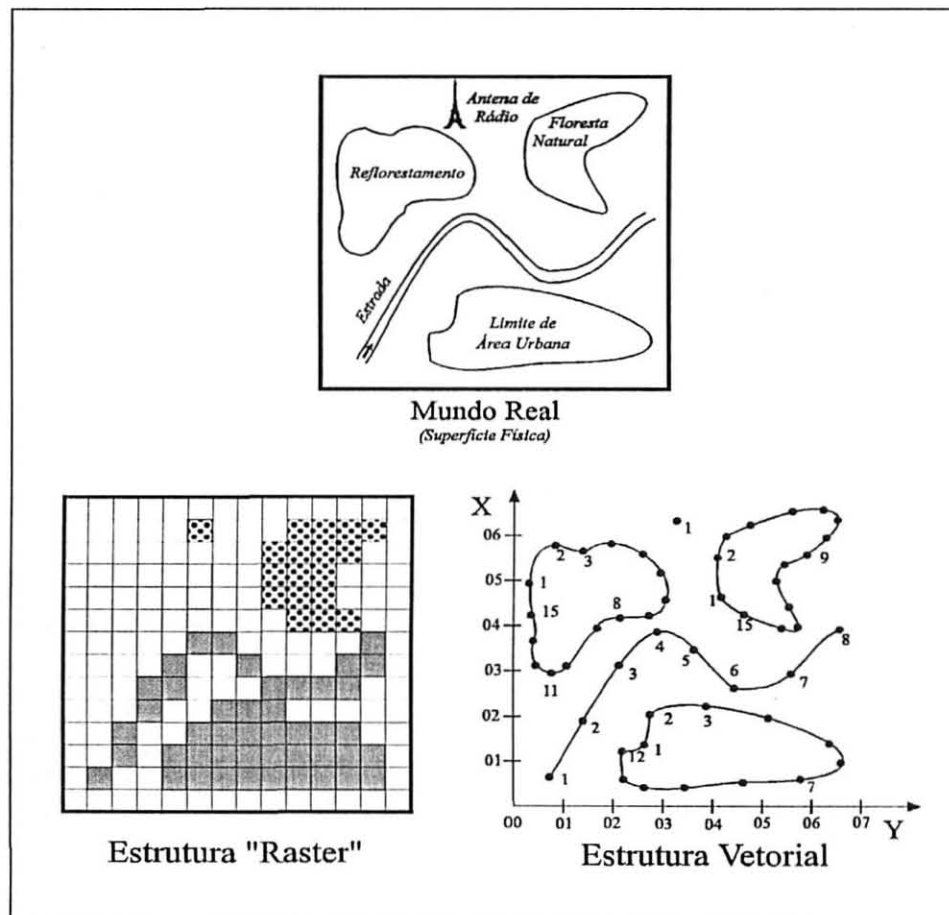
O mapeamento digital consiste na obtenção de informações espaciais de interesse na superfície física. A informação espacial mapeável fundamenta-se em objetos ou fenômenos observáveis pelo homem. Estes objetos podem ser reduzidos a três entidades geométricas básicas, denominadas de Ponto, Linha e Polígonos ou Áreas. Estas podem ser materializadas digitalmente ou organizadas em meios magnéticos de acordo com duas estruturas básicas de dados espaciais: a vetorial e a “raster” (CASTAÑEDA, 1989, p. 625). A figura 01 ilustra estas estruturas de dados.

A utilização da estrutura vetorial ou “raster” depende fundamentalmente do tipo de aplicação a que se destina o mapeamento digital.

Atualmente, a estrutura vetorial tem-se mostrado mais indicada para mapeamentos que possuem elevada precisão na representação das entidades. É o caso das empresas de planejamento florestal, urbano e rural que necessitam de cálculos precisos de distâncias, perímetros e áreas. Por outro lado a estrutura “raster” é mais apropriada para aplicações de manipulação e análise espaciais temáticas, associadas

com o monitoramento e registro do comportamento de uma variável do espaço geográfico.

FIGURA 01 - Representação gráfica das estruturas de dados vetorial e “raster”



A estrutura “raster” está fortemente ligada com as imagens de sensores orbitais LANDSAT TM e SPOT. Modernamente, encontramos esta estrutura nas implementações de técnicas voltadas à automatização de procedimentos operacionais no domínio da fotogrametria digital, visão artificial (robótica e automação industrial) e vetorização automática de mapas.

2.1.1 Estrutura vetorial

A estrutura vetorial, denominada também de poligonal, fundamenta-se em coordenadas cartesianas e nos postulados da geometria Euclidiana (CASTAÑEDA, 1989, P.625). A entidade primitiva desta estrutura é o ponto com suas coordenadas planas (X,Y) ou espaciais (X,Y,Z) num dado referencial. Os outros objetos, linha e polígonos são criados por meio de conexões de pontos e funções matemáticas que os descrevem, tais como: reta, círculos, elipses, polinômios, “splines”, etc.

A figura 02 e tabela 01 mostram as principais entidades vetoriais utilizadas no mapeamento digital.

FIGURA 02 - Representação gráfica das principais entidades vetoriais

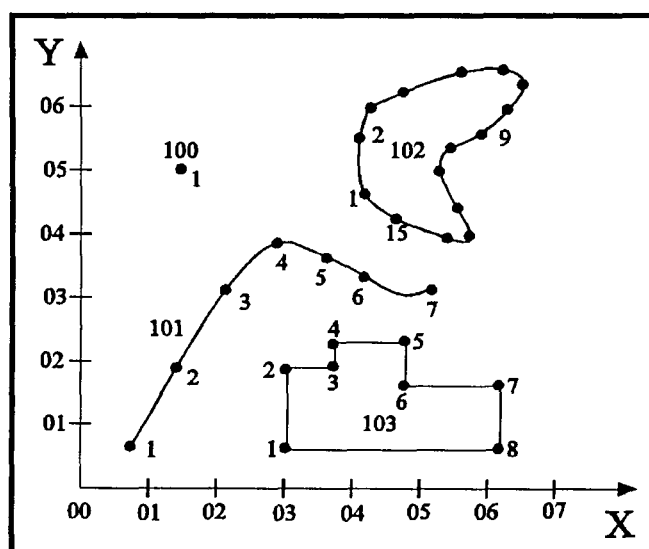


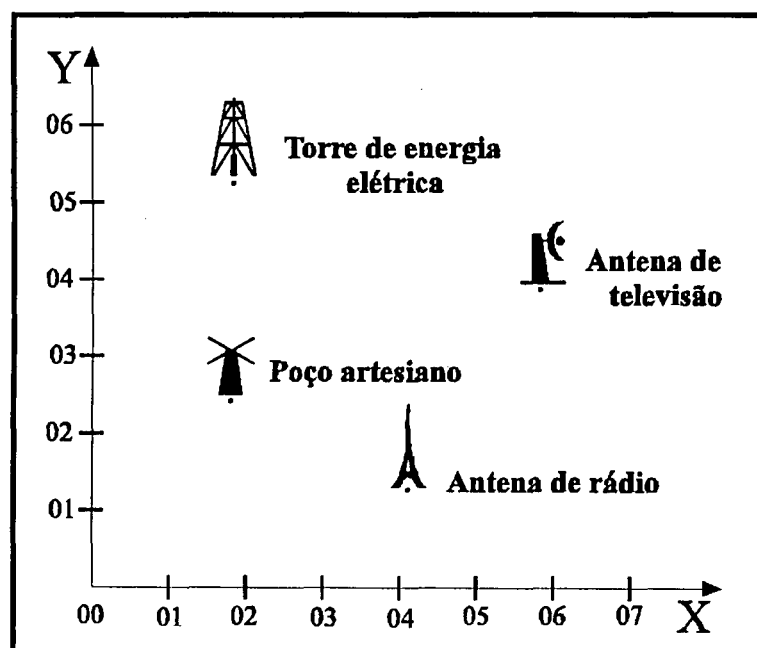
TABELA 01 - Descrição das principais entidades vetoriais

DESCRIÇÃO DAS ENTIDADES		
Nº da Entidade	Tipo da Entidade	Pontos Definidores
100	Pontual	X,Y
101	Linear	X1,Y1;X2,Y2;.....X7,Y7
102	De área	X1,Y1;X2,Y2;.....X15,Y15
103	De área	X1,Y1;X2,Y2;.....X8,Y8

2.1.1.1 Entidades pontuais

Entidades pontuais são todas as entidades existentes na superfície física que podem ser perfeitamente posicionadas por um único par de coordenadas (X,Y). Geralmente, este par de coordenadas tem associado um símbolo gráfico que representa a entidade pontual, por exemplo: torres de distribuição de energia elétrica, árvores isoladas, poço de água, etc. A figura 03 mostra a representação deste tipo de entidade.

FIGURA 03 - Representação gráfica de entidades pontuais



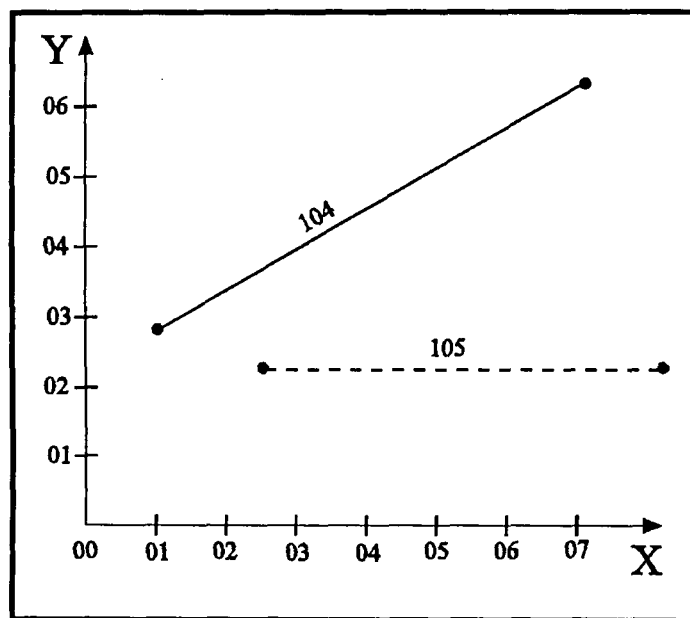
2.1.1.2 Entidades lineares

Entidades lineares são todas as entidades existentes na superfície física que podem ser representados por uma série de pontos dados numa determinada ordem. Os pontos são ligados com funções matemáticas lineares ou curvilíneas. Tem-se dois tipos básicos de entidades lineares: entidade linear reta e entidade linear curva.

2.1.1.2.1 Entidade linear reta

Emprega-se somente dois pontos na materialização deste tipo de entidade, com a associação da função matemática da linha reta. A figura 04 mostra a representação deste tipo de entidade.

FIGURA 04 - Representação gráfica de entidades lineares retas

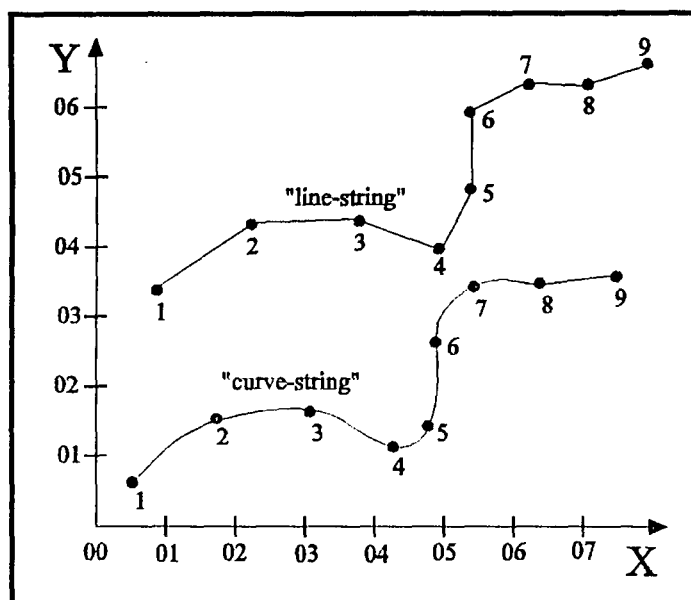


2.1.1.2.2 Entidade linear curva

Neste caso, tem-se maior número de pontos necessários à representação da entidade. O espaçamento entre pontos é função da suavidade existente na entidade e precisão desejável na representação. A utilização de poucos pontos pode não permitir a correta representação da entidade, por outro lado, um grande número de pontos pode levar a dados redundantes na representação. A função matemática empregada poderá

ser a reta (“line-string”), arcos circulares (“curve-string”), arcos de parábolas, elipses e “splines”. A figura 05 mostra a representação deste tipo de entidade.

FIGURA 05 - Representação gráfica de entidades lineares curvas



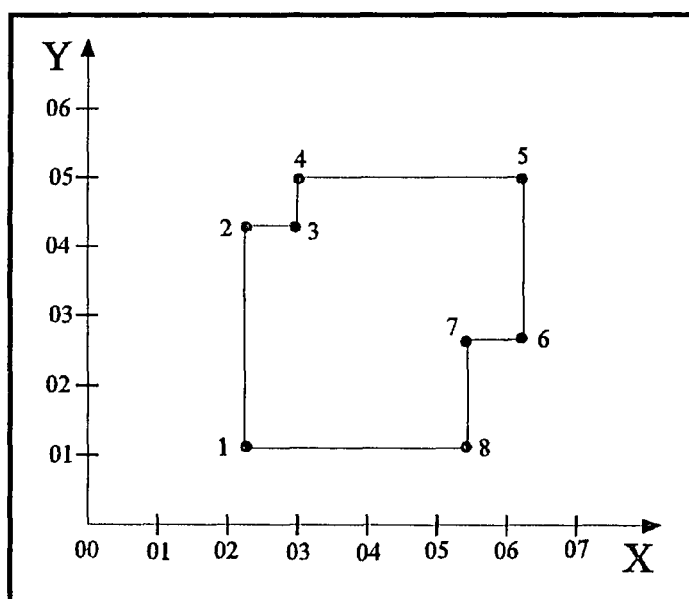
2.1.1.3 Entidades de área

A representação de um elemento de área é realizada também por meio de pontos e linhas. A característica própria deste elemento está no fato de o mesmo ser uma entidade fechada, ou o último ponto coincidir com o primeiro ponto materializado. As funções matemáticas empregadas e considerações a respeito do número de pontos são as mesmas apresentadas no caso de entidades lineares retas ou curvas. As entidades de áreas podem ser subdivididas em três tipos básicos: polígonos regulares ortogonais, polígonos regulares não ortogonais e áreas irregulares.

2.1.1.3.1 Polígonos regulares ortogonais

A materialização deste tipo de entidade é realizada a partir de conexões ortogonais de segmentos de linha reta, ou melhor, um segmento de reta é conectado ao seguinte, com um ângulo de 90 graus. Esta é a forma mais empregada na representação de edificações no mapeamento digital. A figura 06 mostra a representação deste tipo de entidade.

FIGURA 06 - Representação gráfica de um polígono regular ortogonal

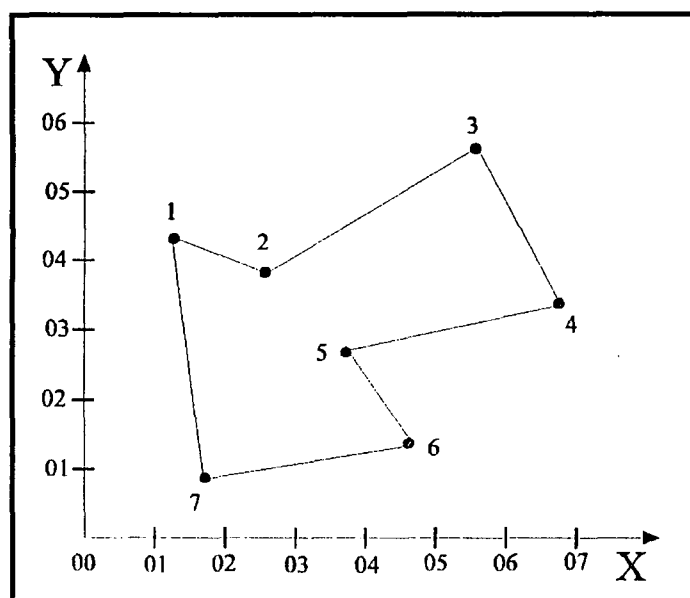


2.1.1.3.2 Polígonos regulares não ortogonais

A materialização deste tipo de entidade é realizada a partir de conexões de segmentos de linha reta. Neste caso, os lados da feição de área são lados retos e a ligação de um lado com o outro se dá em qualquer ângulo. Este tipo de entidade é uma das formas mais utilizadas na representação de elementos de área num mapeamento

digital de propriedades rurais, urbanos e talhões de reflorestamento. A figura 07 mostra a representação deste tipo de entidade.

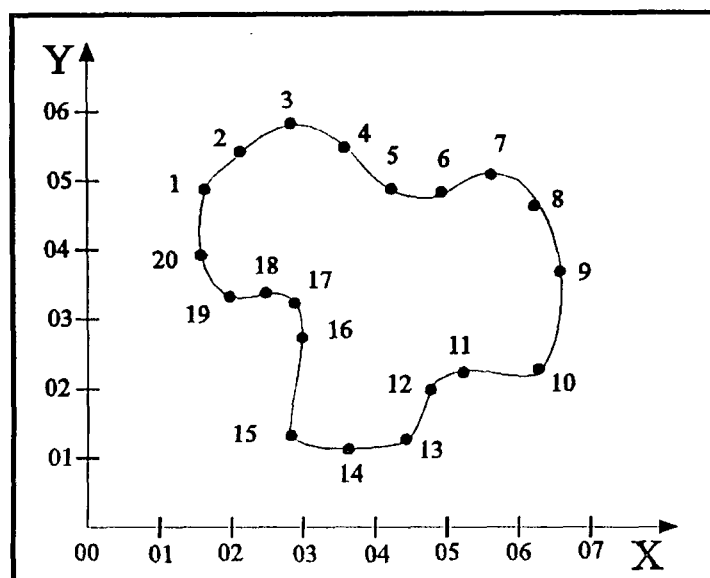
FIGURA 07 - Representação gráfica de um polígono regular não ortogonal



2.1.1.3.3 Áreas irregulares

Fundamenta-se na representação de entidades de áreas irregulares. Exige maior número de pontos na representação da entidade. A função matemática neste caso, poderá ser um segmento de reta (“line-string”), segmentos curvos (“curve-string”) ou outras apresentadas no caso de função linear curva. A figura 08 mostra a representação deste tipo de entidade.

FIGURA 08 - Representação gráfica de uma área irregular



2.1.1.4 Estrutura de um arquivo vetorial

A caracterização de uma entidade na forma vetorial fundamenta-se na definição de cinco elementos básicos, necessários à criação gráfica e matemática da entidade e de pontos que permitam a representação digital da mesma. Os cinco elementos básicos são códigos implementados no programa para a definição da função matemática utilizada (elemento gráfico), espessura do traço, nível gráfico, cor e tipo de traço (YOUNG, 1990). Estas informações encontram-se armazenadas numa posição denominada “header” do elemento gráfico. Logo a seguir são armazenados os pontos que materializam a entidade. A forma de armazenamento da representação de uma reta pode ser dada por:

“Header”

30 06 55 03 05

- 30 representa o código do elemento gráfico;
- 06 representa o código da espessura do traço;
- 55 representa o código do nível gráfico;
- 03 representa o código da cor utilizada;
- 05 representa o tipo de traço utilizado.

“Pontos”

X	Y
400,210	150,712
420,177	180,777

(código - fim da entidade gráfica)

Os programas C.A.D. disponíveis no mercado mundial ou nacional, implementam formatos distintos para o armazenamento deste tipo de estrutura em meios magnéticos. Entretanto, todos possuem padrões que minimizam o tempo de acesso às informações e apresentação das entidades gráficas no vídeo, como também a facilidade na criação de arquivos de impressão ou “plotagens”.

2.1.1.5 Nível gráfico

O nível gráfico ou “layers”, fundamenta-se num código que se atribui às entidades que possuem características comuns a uma determinada aplicação.

O conceito de nível gráfico num arquivo vetorial assume papel de grande importância, pois torna-se possível tratar as entidades contidas dentro de um nível de forma independente das demais existentes no arquivo. Todas as ferramentas disponíveis num C.A.D. para o gerenciamento, alteração, desenho e visualização de entidades são disponibilizadas ao usuário, no respectivo nível gráfico de trabalho.

2.1.2 Estrutura “raster”

A estrutura “raster” ou celular pode ser considerada como uma das mais simples estrutura de dados. Consiste basicamente em uma grade retangular de células de dimensões idênticas (“pixel”), superposta à superfície física do terreno, mapa e aerofoto. Para cada uma das células associa-se um valor numérico inteiro (BURROUGH, 1989, p. 20). Geralmente, este valor inteiro encontra-se dentro de um intervalo de 0 a 255, correspondente a 256 números ou níveis de cinza. Este intervalo provém da combinação de um “byte” composto de oito “bits” (2^8), utilizado para armazenar em meios magnéticos o valor de tons de cinza de um “pixel”. A figura 09 mostra um esquema da representação de uma imagem digital com estrutura “raster”.

FIGURA 09 - Representação gráfica de uma imagem na estrutura “raster”



Uma imagem “raster” proporciona uma descrição contínua da superfície de estudo. Os “pixels” representam localizações conhecidas do espaço físico, podendo ser

facilmente determinado com a codificação de uma linha e coluna de uma grade de células.

Uma das maiores vantagens na utilização deste tipo de estrutura, reside na relativa simplicidade na manipulação dos dados. A imagem “raster” é composta, inicialmente de um “header” contendo dados informativos sobre a imagem e modo de armazenamento em meios magnéticos (formatação). De uma maneira geral, estes dados são o tamanho da imagem, quantidade de “pixels” por linha e coluna, data da tomada da imagem, local do início da imagem, etc. Após estes dados, tem-se os “bytes”, correspondentes aos “pixels” da imagem.

Um dos exemplos mais significativos a respeito de imagens “raster” são as imagens digitais obtidas de sensores orbitais do tipo LANDSAT TM E SPOT. Os valores de “pixels” representam os níveis de reflectância do terreno, numa certa faixa de frequência do espectro eletromagnético.

Com o desenvolvimento dos computadores quanto ao aumento da velocidade de processamento e maior capacidade no armazenamento das informações, tem-se verificado uma ampliação na utilização de arquivos “raster” nas aplicações de vetorização automática de documentos cartográficos, fotogrametria digital e automação industrial.

2.1.2.1 Digitalização matricial “scanning”

A transformação de imagens analógicas para a forma digital tem sido uma etapa de trabalho muito utilizada nas aplicações de fotogrametria digital e vetorização automática de mapas.

Digitalização matricial ou “scanning” pode ser definido como um processo óptico e eletrônico de transformar imagens analógicas para imagens digitais no formato “raster”. Os equipamentos empregados para a realização deste processo são denominados de “scanners”. Possuem câmaras digitais ou sensores eletrônicos C.C.D.

(“charged coupled device”) que capturam a imagem no formato de tom de cinza “grayscale” ou formato preto e branco (binário) (ROBINSON et al, 1995, p. 190).

2.1.2.2 Conversão analógica/digital

No processo de “scanning” a imagem analógica é capturada pelos C.C.Ds. dispostos em forma de uma linha (“array photosensitive”). A imagem é observada na forma de uma linha de cada vez (“slice”). Neste momento, um sistema óptico focaliza a luz refletida da imagem sobre os C.C.Ds que é composto de 2000 a 8000 células fotossensíveis. Cada célula gera um fraco sinal eletrônico quando a luz incide sobre o mesmo. Este sinal é amplificado e transformado num número inteiro entre 0 a 255. Esta transformação é denominada de conversão analógica/digital.

Na conversão analógica/digital, cada elemento C.C.D. gera uma ou mais células da imagem denominadas de “pixel”. O processo consiste em converter a voltagem do sinal analógico quantificado no elemento C.C.D. em valores inteiros. Por exemplo: admitindo-se que o campo de voltagem dos sinais refletidos estejam no intervalo de 0 a 3 volts, fazendo-se corresponder um campo inteiro de 0 a 255. Então, um sinal quantificado num elemento do C.C.D. de 0,46 volts é transformado por uma relação linear para um valor inteiro de 39 (KIRCHNER et al, 1988, p. 07).

Emprega-se geralmente um “byte” de 8 “bits” para representar a reflectância de um ponto contido na imagem. Os computadores operam com números expressos em notação binária (base 2), permitindo uma combinação de números de 2^8 que é igual a 256 ou 0 a 255 números inteiros.

2.1.2.3 Formato de tons de cinza

A graduação de tons de cinza para uma unidade de área da imagem digital é a forma mais empregada nos “scanners”. Tons de cinza (“grayscale”) é um conjunto de números que descreve, se um “pixel” é mais claro ou mais escuro. Este formato é empregado geralmente para digitalizar imagens em tons contínuos, tal como aerofotos. O “pixel” pode assumir valores inteiros no intervalo de 0 a 255 (“byte” com 8 “bits”).

A desvantagem deste formato de dados está relacionada com a maior quantidade de memória necessária para armazenar uma imagem, principalmente quando se exige elevada resolução para a definição da imagem digital.

2.1.2.4 Formato preto e branco

A utilização de dados “raster” no formato preto e branco (binário) está associada com a digitalização matricial de documentos analógicos que possuem somente duas cores dominantes. É o caso de cartas analógicas de traço que tem suas feições cartográficas representadas com traços e símbolos na cor preta e o fundo da carta na cor branca.

Os “pixels” da imagem assumem valores binários de 0 ou 1. Normalmente, o valor 1 é dado para o “pixel” com a cor preta (“foreground”) e o valor 0 para o “pixel” na cor branca (“background”). O documento cartográfico analógico é transformado para forma digital, com o propósito de vetorização automática, onde os “pixels” de interesse são os que possuem valores iguais a 1.

Esta formatação de dados possui vantagens em relação a formatação de tons de cinza se comparada com a quantidade de memória necessária para o armazenamento da imagem digital, como também na facilidade do processamento da imagem na vetorização automática.

2.1.2.5 Resolução óptica

Uma definição bastante comum a respeito da resolução de um “scanner” é a densidade de “pixel”, expressa em D.P.I (“dots per inch”) ou número de “pixels” por polegada linear. Entretanto, a forma de definição mais completa a respeito da resolução de um “scanner” deve ser dada em termos da resolução no eixo X (“scan line”) e a resolução no eixo Y (sentido da varredura).

A resolução ao longo da “scan line” é determinada através da distância óptica que separa a superfície da imagem analógica até a superfície do C.C.D ou lente da câmara. Pode também ser determinada pelo comprimento da superfície da imagem do C.C.D. versus o comprimento da largura da imagem digitalizada. Um C.C.D. possui de 2000 a 8000 células fotossensíveis. Um “scanner” pode trabalhar com a resolução real quando existe um correspondente elemento do C.C.D. para cada “pixel” amostrado ou com a resolução interpolada. Na resolução interpolada dupla (“pixel doubling”), tem-se para cada dois “pixel” da imagem um elemento do C.C.D. ou entre cada dois “pixels” reais é interpolado um outro “pixel” (ANATECH, 1990, p. 05).

A resolução ao longo da varredura é determinada pelo movimento do sensor sobre a imagem ou o movimento da imagem através do sensor. O deslocamento é precisamente quantificado e realizado pelos servomotores que deslocam automaticamente o sensor ou a imagem, coordenado com o tempo de aquisição da intensidade da luz refletida nos elementos do C.C.D. ou câmara.

2.1.2.6 Resolução geométrica

A resolução geométrica está ligada com a capacidade de um “scanner” em não introduzir deformações geométricas na imagem digital, no instante da digitalização matricial da imagem analógica.

As deformações geométricas da imagem são devidas a movimentos imprecisos dos sensores, deformação causada pela não planificação da imagem analógica e pelas distorções radial e descentrada provocadas pelo sistema de lentes que focalizam a luz refletida nos elementos dos C.C.D.

A qualidade geométrica de uma aerofoto digital é pré-requisito de muitos trabalhos no domínio da fotogrametria digital.

2.2 DIGITALIZAÇÃO VETORIAL

A digitalização vetorial é um processo empregado para converter informações espaciais analógicas em informações espaciais digitais, na forma de armazenamento digital vetorial. Atualmente, uma das aplicações mais usuais é a transformação de mapas cartográficos analógicos para a forma digital.

No processo de digitalização vetorial utiliza-se equipamentos eletrônicos denominados de mesas digitalizadoras e procedimentos operacionais manuais, que consistem basicamente em percorrer com o “mouse” as entidades cartográficas representadas no mapa a fim de obter pontos necessários a materialização digital da entidade.

A mesa digitalizadora consiste de um dispositivo eletrônico capaz de quantificar a posição do cursor em qualquer tempo, num referencial bidimensional próprio.

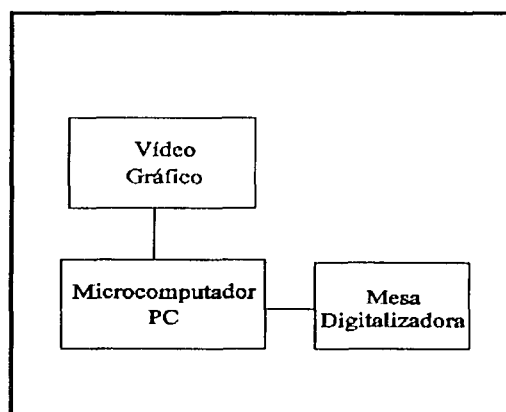
Atualmente, o processo de digitalização vetorial está ligado com um programa de desenho digital C.A.D., ficando disponível para o operador ferramentas de “software” para o desenho automático e manipulação das entidades digitalizadas, como também o gerenciamento do arquivo gráfico. As facilidades operacionais, encontradas nos programas de desenho assistido por computador, tornam o processo de digitalização vetorial uma tarefa operacional fácil e capaz de proporcionar excelente precisão na transformação de arquivos analógicos em digitais, porém demanda elevado tempo para a realização do trabalho.

2.2.1 Sistema de digitalização vetorial

Modernamente, um sistema de digitalização vetorial é composto por um componente de equipamentos (“hardware”) e outro componente de programas (“software”).

O componente de equipamento consiste de um microcomputador PC, equipado para trabalhos gráficos e uma mesa digitalizadora. A figura 10 mostra um esquema desta configuração.

FIGURA 10 - Representação esquemática de equipamentos necessários à digitalização



O componente de programas consiste de um programa de computação gráfica C.A.D., que contenha o módulo operacional de digitalização.

2.2.2 Mesa digitalizadora

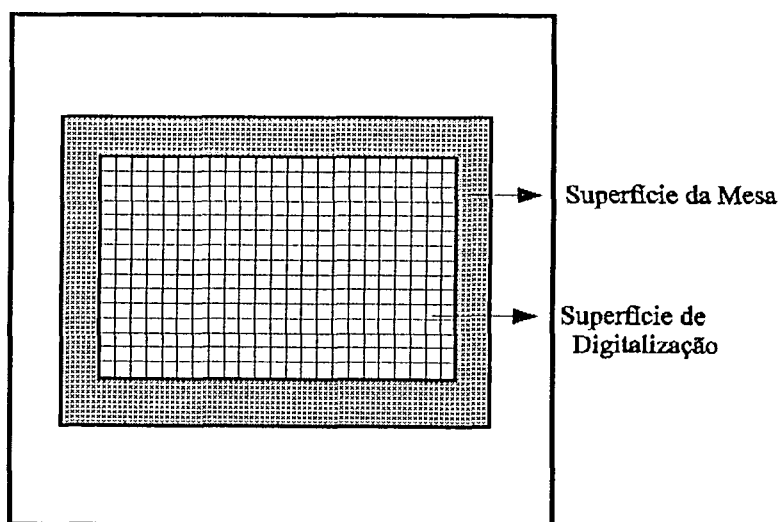
A mesa digitalizadora é um equipamento eletrônico com capacidade de obter as coordenadas planas de pontos num referencial próprio, codificar e enviar estas

informações para o computador. As partes básicas de uma mesa são a superfície de digitalização, cursor e processador.

2.2.2.1 Superfície de digitalização

A maior parte de uma mesa digitalizadora é a superfície de digitalização que deve ser plana, constituída, geralmente de material plástico, podendo ser translúcido ou opaco. Sob o plástico é inserida uma grade de condutores, dispostos ortogonalmente, formando uma matriz regular de células. A interseção dos condutores horizontais com os verticais define a posição de um ponto na superfície da mesa (VENETIANER, 1988, p. 95). A figura 11 mostra a representação da superfície de digitalização.

FIGURA 11 - Representação gráfica da superfície de digitalização

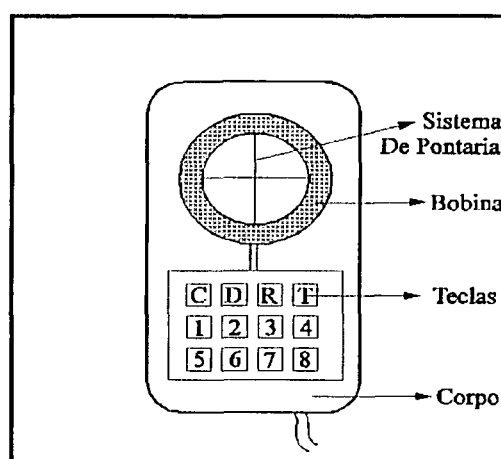


2.2.2.2 Cursor

O cursor ou “mouse” é o componente que permite estabelecer a comunicação entre o operador e o computador. Possui as funções de selecionar comandos e funções necessárias à digitalização e realizar a digitalização propriamente dita.

O cursor é composto basicamente de corpo, bobina, teclas e sistema de pontaria, conforme mostra a figura 12.

FIGURA 12 - Representação gráfica dos componentes básicos de um cursor



As primeiras mesas digitalizadoras eram providas com cursores que possuíam somente 4 teclas (comando, dado, tentativa e reset). Atualmente, a maioria das mesas digitalizadoras são equipadas com cursores que possuem de 4 a 30 teclas, onde as mesmas podem ser programadas para a execução de comandos ou conjunto de comandos predefinidos (macros).

2.2.2.3 Processador

O processador é a unidade eletrônica da mesa digitalizadora. A sua função é

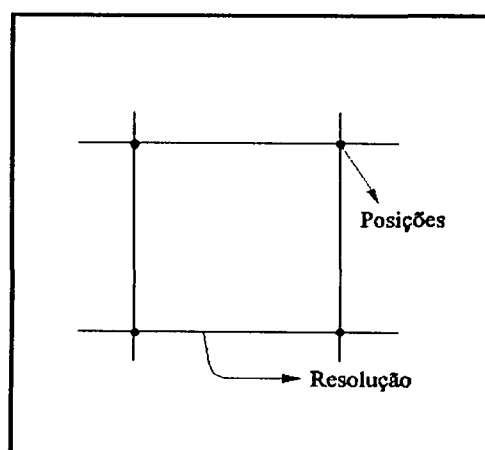
transformar e quantificar o sinal eletrônico produzido na superfície da mesa com a ação do cursor.

Movimentando-se o cursor sobre a superfície da mesa e/ou apertando-se uma das teclas, ocorre a geração de um sinal eletromagnético pela bobina do cursor. Este sinal é transmitido à grade de condutores da superfície da mesa. Multiplexadores eletrônicos enfileirados nas bordas da grade, ativam cada um dos condutores e medem a grandeza do sinal recebido. A posição de centro da bobina é determinada pela região da grade que apresenta maior intensidade do sinal, através de um processo de interpolação nos contornos das células (VENETIANER, 1988, p. 96).

2.2.2.4 Resolução de uma mesa digitalizadora

A resolução de uma mesa digitalizadora, pode ser considerada como sendo a menor distância que pode ser quantificada na grade de condutores existente na superfície da mesa. Representa a dimensão de um lado de uma célula da grade, conforme mostra a figura 13.

FIGURA 13 - Representação gráfica da resolução de uma mesa digitalizadora



A interseção dos condutores define a posição de um ponto na malha de condutores. As resoluções encontradas nas mesas digitalizadoras encontram-se entre 0,01 a 0,1 do milímetro (ENSCHÉDE, 1988, p. 44), (KRUPNIK, 1992, p. 407) e (ROBINSON et al, 1995, p. 189).

2.2.2.5 Precisão de uma mesa digitalizadora

O grau de precisão de uma mesa digitalizadora está relacionado com a capacidade visual humana ou a capacidade óptica em discriminar a separação entre duas linhas paralelas. Tem-se o valor de 0,1mm como padrão, geralmente utilizado como sendo o poder de discriminação da vista humana. Como as mesas digitalizadoras, na sua grande maioria, não são providas de um sistema óptico que possibilite a ampliação na capacidade visada, tem-se como exigência, que a precisão de uma mesa digitalizadora encontre-se próximo ao valor de 0,1 do milímetro.

Para descrever melhor a precisão de uma mesa digitalizadora é conveniente separa-la em dois termos:

Precisão de uma observação estática: Pode ser encarada como sendo a tolerância admissível de discrepância encontrada entre uma observação realizada com o cursor estacionado num determinado ponto sobre a mesa e outra observação teórica que admite uma grade de condutores e cursor ideal (livre de imperfeições devidas ao processo produtivo). A precisão estática de uma mesa deve estar em torno de 0,1 mm (ENSCHÉDE, 1988, p. 45).

Precisão de uma observação dinâmica: A precisão dinâmica está relacionada com a capacidade da mesa quantificar pontos com o cursor em movimento. Devido a maior parcela do erro ser em função do procedimento operacional, pode-se considerar que a precisão está relacionada com a acuidade do operador em percorrer uma entidade com

o cursor em movimento, na digitalização com o processo ponto a ponto (**ver item 2.2.4**). Então, neste caso, a tolerância admissível deve ser dimensionada em função da aplicação a que se destina as entidades curvas digitalizadas.

2.2.3 Modelamento matemático da digitalização vetorial

A digitalização tem-se tornado, cada vez mais, um procedimento consagrado e vastamente utilizado na obtenção de informações espaciais digitais, a partir de informações analógicas existentes. Na sua essência, o método consiste numa simples transformação matemática realizada entre referenciais bidimensionais da mesa e do documento analógico a ser transformado.

A transformação matemática entre referenciais, exige a adequação de modelos geométricos que modelem as diferenças existentes entre os dois sistemas. Uma aplicação corriqueira num processo de digitalização vetorial, consiste em transformar uma carta analógica, cartografada no sistema de projeção U.T.M. (Universal Transverso de Mercator) para um arquivo digital no formato vetorial. Admitindo-se que os referenciais da mesa e da carta estão isentos de deformação, então as diferenças físicas que podem existir entre os dois referenciais são devidas a escala, rotação e translação. Para esta condição, temos que o modelo matemático isogonal no plano é o mais adequado. Matematicamente, o modelo isogonal pode ser dado por:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \lambda \cdot \begin{bmatrix} \cos a & \text{sena} \\ -\text{sena} & \cos a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E - E_0 \\ N - N_0 \end{bmatrix} \quad (01)$$

Por outro lado, tem-se na prática outras condições para os referenciais envolvidos, pois devido a falhas existentes no processo produtivo da mesa digitalizadora, o seu referencial não é exatamente ortogonal e apresenta escalas

diferentes nos eixos. Por condições atmosféricas variáveis no intervalo de tempo gasto numa digitalização vetorial, o documento analógico apresenta deformações. Então para estas novas premissas, o modelo matemático **afim geral no plano** é mais condizente com a realidade física apresentada. Matematicamente, o modelo afim geral pode ser dado por:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E - E_0 \\ N - N_0 \end{bmatrix} \quad (02)$$

Sendo:

$\begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix}^T =$ Coordenadas no referencial de mesa;

$\begin{bmatrix} E & N \end{bmatrix}^T =$ Coordenadas no referencial U.T.M.;

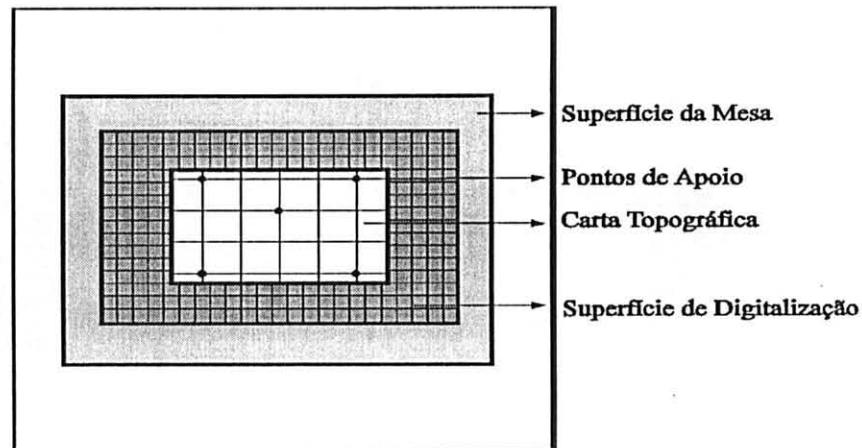
$(\lambda, \alpha, E_0, N_0) =$ Parâmetros envolvidos no modelo isogonal;

$(a, b, c, d, E_0, N_0) =$ Parâmetros envolvidos no modelo afim geral.

Os parâmetros do modelo matemático afim geral no plano, estão relacionados fisicamente com diferentes fatores de escala nos respectivos eixos coordenados, translação no plano, rotação no plano e parâmetro de não ortogonalidade dos eixos.

A transformação afim geral no plano, para este tipo de aplicação é vastamente utilizada na maioria dos programas C.A.D., disponíveis comercialmente. A sua utilização exige, primeiramente a obtenção de informações necessárias à determinação matemática dos parâmetros de transformação. Estas informações fundamentam-se em coordenadas de pontos nos referenciais da mesa e da carta, obtidas com as observações de pontos notáveis da carta (pontos de apoio).

FIGURA 14 - Representação gráfica da disposição de pontos de apoio numa carta



A disposição dos cinco pontos apresentada na figura 14, permite obter uma configuração geométrica necessária a determinação matemática dos parâmetros da transformação empregada.

Observando-se os pontos de apoio, obtêm-se as coordenadas dos mesmos nos referenciais da mesa e da carta. Cada ponto observado dá origem a duas equações. No caso da transformação afim geral no plano que possui seis parâmetros de transformação, três pontos observados fornecem um número de equações mínimo para a determinação dos parâmetros (solução única). Utilizando-se da configuração de pontos apresentada, pode-se determinar os parâmetros através de uma técnica de ajustamento por mínimos quadrados. Considerando-se como observações somente as coordenadas dos pontos no referencial de mesa, pode-se matematicamente impor a seguinte condição:

$$L_a = F(X_a) \quad (03)$$

ou, as observações ajustadas podem ser expressas como uma função explícita dos parâmetros ajustados. Esta formulação, após a linearização por Taylor, resulta no seguinte modelo:

$$V = AX + L \quad (04)$$

Conhecido como modelo linearizado do método paramétrico, tem em conjunto as seguintes fórmulas para o cálculo dos parâmetros:

$$X = - (A^T P A)^{-1} A^T P L \quad (05)$$

$$X_a = X_o + X \quad (06)$$

$$L = L_o - L_b \quad (07)$$

$$L_o = F(X_o) \quad (08)$$

Sendo:

L_b = Vetor dos valores observados;

X_0 = Vetor dos parâmetros aproximados;

X = Vetor das correções aos parâmetros aproximados;

X_a = Vetor dos parâmetros ajustados;

A = Matriz dos coeficientes das equações normais;

P = Matriz dos pesos das observações;

L_0 = Vetor dos valores calculados na função com os valores aproximados.

Utilizando da transformação afim geral no plano, na forma mostrada neste trabalho (02), tem-se um ajustamento não linear, tal que para sua solução, são necessárias iterações. Forma de ajustamento, estimativa de precisão da determinação dos parâmetros e informações sobre a qualidade do ajustamento, podem ser encontrados com maiores detalhes em (GEMAEL, 1994, p. 115).

2.2.4 Transformação entre referenciais

Tendo-se os parâmetros do modelo matemático determinado, o procedimento de digitalização vetorial pode ser levado à frente, de modo que qualquer ponto observado no referencial de mesa é automaticamente transformado para o referencial da carta, com a seguinte transformação:

$$\begin{bmatrix} E \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_0 \\ N_0 \end{bmatrix} \quad (09)$$

Dois são os procedimentos mais empregados para a obtenção dos pontos necessários a materialização digital das entidades (ROBINSON et al, 1995, p. 189):

Modo Ponto: O modo ponto (“point mode”) está ligado com a obtenção de pontos necessários a materialização de entidades pontuais e retilíneas. A coordenada do ponto é enviada para o computador no instante que uma tecla é acionada no cursor da mesa.

Modo Ponto a Ponto: O modo ponto a ponto (“stream mode”) está ligado com a obtenção de pontos necessários a materialização de entidades curvilíneas. As coordenadas dos pontos são enviadas, na maioria dos casos, em função de um espaçamento entre eles. Desta maneira os pontos são enviados para o computador automaticamente, sem a necessidade de acionamento de teclas do cursor.

2.3 SISTEMAS DE COORDENADAS

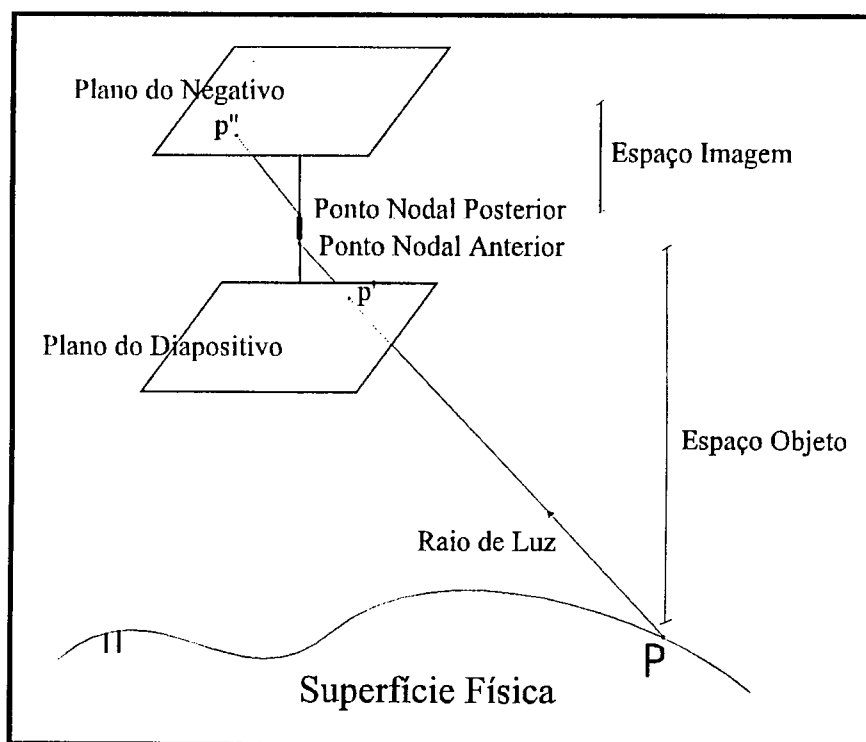
O desenvolvimento de técnicas e procedimentos fotogramétricos nos domínios analítico e digital, tem exigido, cada vez mais, o conhecimento dos referenciais ligados

com os espaços imagem e objeto, como também dos modelos matemáticos necessários à transformação entre os mesmos.

Define-se, geralmente em fotogrametria analítica, quando se trabalha com observações no negativo, o **espaço imagem** como sendo a região compreendida entre o ponto nodal posterior e o plano do negativo. Mais usual, quando se utiliza de diapositivo, o **espaço imagem** é definido como sendo a região compreendida entre o ponto nodal anterior e o plano do diapositivo (**LUGNANI, 1987, p. 117**).

O **espaço objeto** é a região delimitada entre a superfície física e o ponto nodal anterior. Consiste na região onde se realizam as observações geodésicas. A figura 15 mostra a representação dos espaços imagem e objeto.

FIGURA 15 - Representação gráfica dos espaços imagem e objeto



2.3.1 Referenciais do espaço imagem

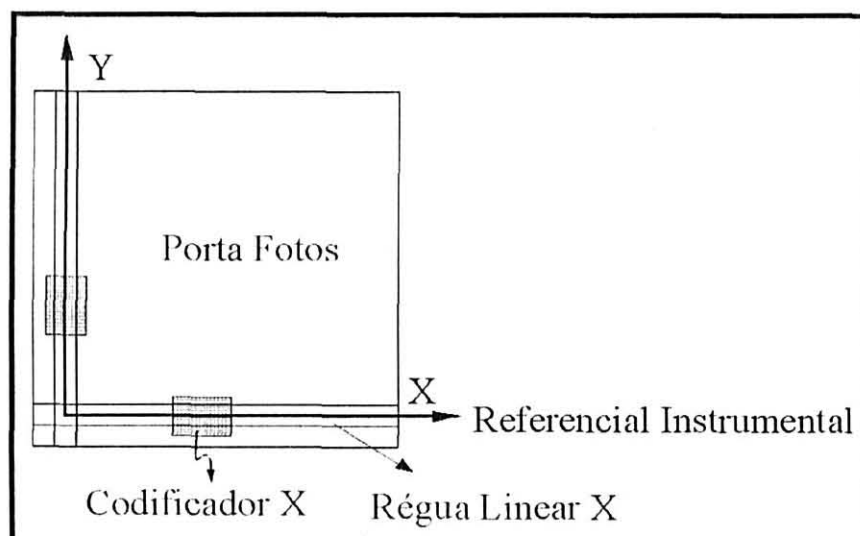
Os referenciais do espaço imagem são os que estão ligados com a aerofoto ou com o local da estação de exposição. Os referenciais instrumental, fiducial e o fotogramétrico são os mais usuais neste espaço, estando sempre envolvidos nas principais aplicações da fotogrametria analítica e digital.

2.3.1.1 Referencial instrumental

O referencial instrumental está intimamente ligado com os dispositivos empregados para quantificar movimentos (codificadores lineares e rotativos) nos equipamentos utilizados para a realização das observações fotogramétricas.

Um dos equipamentos fotogramétricos, de concepção bastante simples, empregado nas observações monoscópicas fotogramétricas é o monocomparador. Neste tipo de equipamento, os codificadores lineares são montados em réguas guias que materializam o referencial instrumental no equipamento, conforme mostra a figura 16.

FIGURA 16 - Disposição do referencial instrumental num monocomparador



A posição da marca índice no plano da foto é quantificada eletronicamente pelos codificadores lineares implantados nas réguas guias, em número de pulsos. Cada pulso eletrônico é equivalente a uma discriminação linear que varia de 0,001 a 0,010 do milímetro. Este valor linear é necessário para a transformação dos pulsos em valor numérico, que representa a distância percorrida pela marca índice a partir de uma origem eletrônica previamente definida.

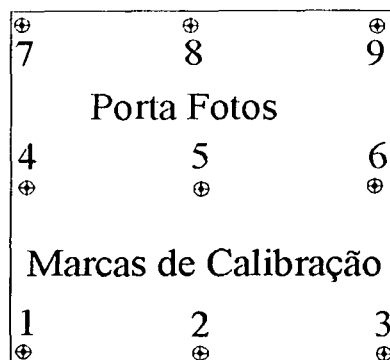
Dentro da sua precisão, a mesa digitalizadora, apresentada no item 2.2.2, pode ser considerada como um equipamento possível de realizar observações fotogramétricas monoscópicas de aerofotos, onde a grade de condutores eletrônicos define o referencial instrumental.

2.3.1.1.1 Referencial instrumental de placa

Um dos maiores problemas encontrados na materialização do referencial instrumental, nos equipamentos de medida, está ligado com a dificuldade em posicionar as réguas lineares guias, tanto quanto possível de forma ortogonal e adequação de escalas constantes nos dois eixos coordenados X e Y. Nos equipamentos fotogramétricos mais modernos, estas imperfeições do referencial de medida são minimizadas com a transformação matemática das observações para o referencial instrumental de placa, anteriormente determinado com procedimentos mais precisos. Nesta transformação são modeladas as diferenças físicas existentes entre o referencial instrumental com o referencial instrumental de placa, nas condições reais de trabalho.

O porta fotos de um monocomparador é composto, basicamente de uma placa de cristal que tem gravada em sua superfície, marcas denominadas de controle de calibração do sistema de leitura.

FIGURA 17 - Disposição das marcas de calibração no porta fotos

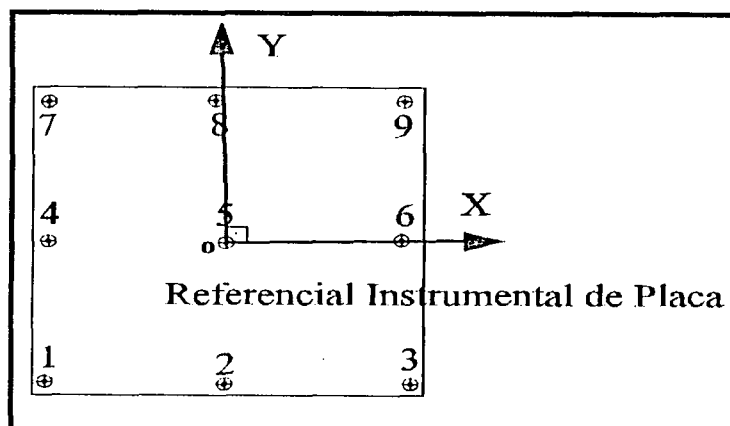


A placa de cristal, antes de ser incorporada ao equipamento sofre uma calibração, onde são medidas todas as distâncias entre as marcas de calibração, com elevada precisão (por exemplo: procedimento baseado em interferometria). Para a configuração de marcas de calibração apresentada na figura 17, tem-se trinta e seis distâncias observadas. Com estas distâncias determina-se o referencial instrumental de placa matematicamente. Tomando-se o exemplo mostrado na figura 18, a definição do referencial de placa pode ser dada por:

Origem - é tomada no centro da placa, na marca 05;

Orientação - o eixo OX é orientado para a direção da marca 06, coincidente com a reta que liga a marca 05 com 06 e o eixo OY é orientado para a direção que torna o sistema destrógiro e ortogonal.

FIGURA 18 - Disposição do referencial instrumental de placa no porta fotos



O referencial instrumental de placa é materializado com as coordenadas das marcas de calibração. A marca 05 (origem do sistema) possui coordenadas $X_p = 0,0$ e $Y_p = 0,0$ e a marca 06 define a orientação e escala com coordenadas $X_p = d_{5,6}$ e $Y_p = 0,0$.

As coordenadas das demais marcas são determinadas matematicamente com técnicas de ajustamento por M.M.Q., utilizando-se como base a função explícita de distância analítica no plano, que correlaciona as observações (distâncias) com os parâmetros (coordenadas das marcas). A função matemática de distância euclidiana no plano é dada por:

$$d_{ij} = \sqrt{(Xp_i - Xp_j)^2 + (Yp_i - Yp_j)^2} \quad (10)$$

Desta forma, pode-se expressar as observações ajustadas em função dos parâmetros ajustados, que permite utilizar o método paramétrico de ajustamento apresentado no item 2.2.3.

Tem-se como incógnitas no ajustamento as coordenadas planas de 7 marcas, dando origem a 14 parâmetros. O número de equações é igual a 35, resultante de 36 observações de distâncias menos uma já empregada ($d_{5,6}$) na definição do referencial. O ajustamento é realizado, nestas condições, com 21 graus de liberdade, permitindo forte geometria na determinação das coordenadas.

Os equipamentos fotogramétricos possuem em seus certificados de calibração os esquemas de identificação das marcas, como também as suas coordenadas no referencial instrumental de placa. Estas informações são necessárias à calibração do sistema de leitura.

2.3.1.1.2 Calibração do sistema de leitura

A calibração do sistema de leitura fundamenta-se na modelagem matemática das diferenças físicas existentes entre o referencial instrumental e o referencial instrumental de placa, ou a determinação de parâmetros do modelo matemático empregado na transformação de coordenadas entre os referenciais mencionados.

As principais diferenças físicas existentes entre o referencial instrumental e o referencial instrumental de placa são devidas a não ortogonalidade, rotação, translação e fatores de escala distintos nos eixos X e Y. Então, neste caso o modelo matemático afim geral no plano é adequado a modelagem das diferenças existentes.

Um dos procedimentos operacionais empregados na calibração do monocomparador, consiste em observar as marcas de calibração na placa de cristal, nas condições reais de trabalho, a fim de obter as suas coordenadas instrumentais. Estas coordenadas, mais as coordenadas no referencial instrumental de placa (obtidas do certificado de calibração do aparelho) são as informações necessárias para a realização do ajustamento matemático que determina os parâmetros do modelo afim geral no plano, dado por:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$\begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix}^T$ = Coordenadas no referencial instrumental;

$\begin{bmatrix} x_i & y_i \end{bmatrix}^T$ = Coordenadas no referencial instrumental de placa;

(a, b, c, d, x_0, y_0) = Parâmetros envolvidos no modelo afim geral.

Para facilidades de cálculo, pode-se tratar as coordenadas instrumentais de placa, como sendo valores fixos, perfeitamente corretos e as coordenadas instrumentais

como observações. Nesta condição, emprega-se a forma de ajustamento paramétrico apresentado no item 2.2.3.

Cada marca observada fornece duas equações. Para o caso da configuração de marcas, apresentada na figura 17, resulta na resolução de um sistema de dezoito equações a seis incógnitas.

Tendo-se os parâmetros determinados com o grau de precisão desejável, torna-se possível transformar para o referencial instrumental de placa, qualquer observação realizada no equipamento fotogramétrico. O modelo matemático desta transformação é dado por:

$$\begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

O usuário do sistema fotogramétrico, em muitas aplicações recebe as observações no referencial instrumental de placa, que é normalmente denominado de referencial instrumental.

2.3.1.2 Referencial fiducial

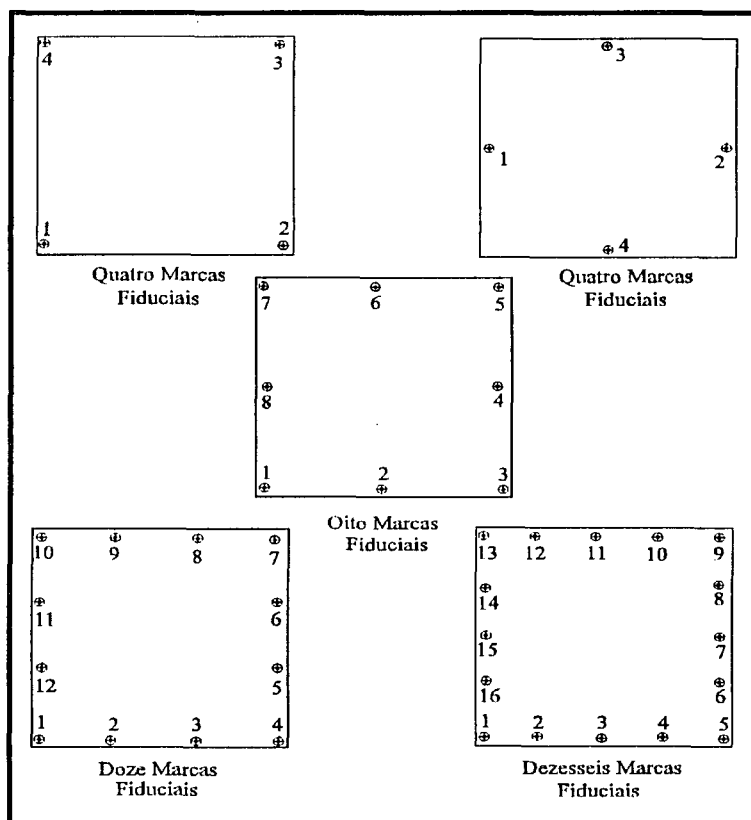
O sistema de coordenadas fiduciais está intimamente ligado com as marcas fiduciais de uma câmara métrica. Como as marcas fiduciais na fotogrametria analógica, o referencial fiducial tem como principal função o restabelecimento matemático da geometria projetiva na fotogrametria analítica e digital (orientação interior).

As marcas fiduciais podem ser definidas como pontos de controle, mantidas fixas na região do plano focal do cone de uma câmara métrica, que tem a função de materialização do referencial fiducial, correção do trabalho do filme e restabelecimento

da geometria projetiva nos equipamentos fotogramétricos. No instante da tomada da foto, estes pontos são fotografados em conjunto com a superfície física.

O número de marcas fiduciais e a disposição das mesmas no plano focal, variam em função da marca e ano de fabricação do cone. A grande maioria dos cones em operação nas empresas de aerofotogrametria nacionais possuem 4 marcas fiduciais. Cones deste tipo foram fabricados até os anos finais da década de 70, onde até então, prevaleciam as técnicas fotogramétricas analógicas e semi analíticas. Com o desenvolvimento das técnicas analíticas de fotogrametria, e a exigência de maior número de controle para a correção do trabalho do filme, os fabricantes introduziram maior número de marcas fiduciais nas câmaras aéreas. Desta forma, encontram-se no mercado câmaras com 4 a 16 marcas fiduciais, dependendo da marca e ano de fabricação. A figura 19 mostra a disposição das marcas fiduciais nas principais câmaras aéreas disponíveis no mercado nacional.

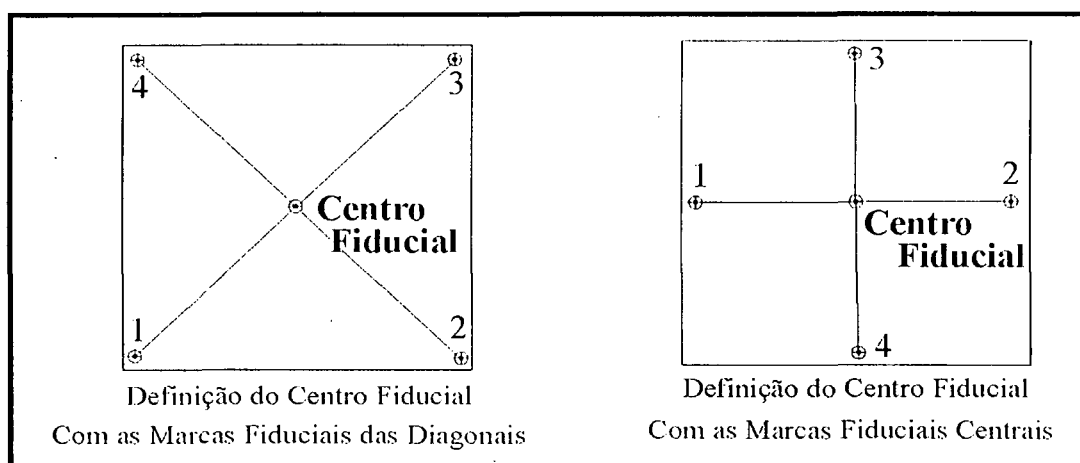
FIGURA 19 - Disposições de marcas fiduciais nas câmaras aéreas



Na orientação interior óptico e mecânica de um aparelho fotogramétrico, faz-se a coincidência do centro óptico do sistema de lentes do aparelho com o centro fiducial da aerofoto. Esta orientação é realizada com a coincidência das marcas fiduciais da aerofoto com as marcas do porta fotos.

O centro fiducial de uma aerofoto é determinado pela interseção das retas diagonais que unem as marcas fiduciais opostas. No caso da câmara não possuir marcas na diagonal, empregam-se outras marcas, conforme mostrado na figura 20.

FIGURA 20 - Definição do centro fiducial numa aerofoto



A projeção ortogonal do centro óptico do sistema de lentes de uma câmara métrica, no plano do diapositivo ou negativo define o ponto principal. As marcas fiduciais opostas que definem o centro fiducial, são fixadas no plano focal, de modo que o centro fiducial seja coincidente com o ponto principal, dentro de um grau de precisão que leva em conta a discriminação de leitura de um equipamento analógico. Desta forma, pode-se aceitar, numa orientação interior óptico mecânica, que o centro fiducial é coincidente com o centro óptico. Para os trabalhos fotogramétricos analíticos, o centro fiducial não é coincidente com o centro óptico e esta diferença deve ser considerada, como será apresentado mais adiante.

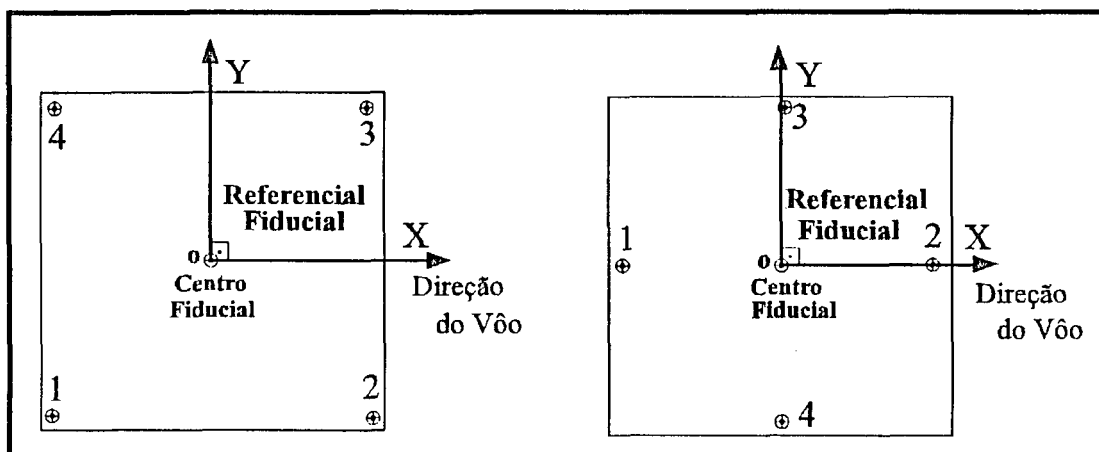
2.3.1.2.1 Definição do referencial fiducial

O referencial fiducial, por definição é dado como sendo um sistema cartesiano bidimensional.

Origem - é tomada no centro fiducial;

Orientação - o eixo OX é orientado positivamente para o sentido de vôo, coincidente com a linha que une as marcas fiduciais opostas que mais se aproximam do eixo horizontal da câmara e o eixo OY é perpendicular ao eixo OX, com orientação positiva, tal que de OX para OY se tenha uma rotação de 90 graus anti-horária (sistema destrógiro). A figura 21 mostra o referencial fiducial numa aerofoto.

FIGURA 21 - O referencial fiducial numa aerofoto

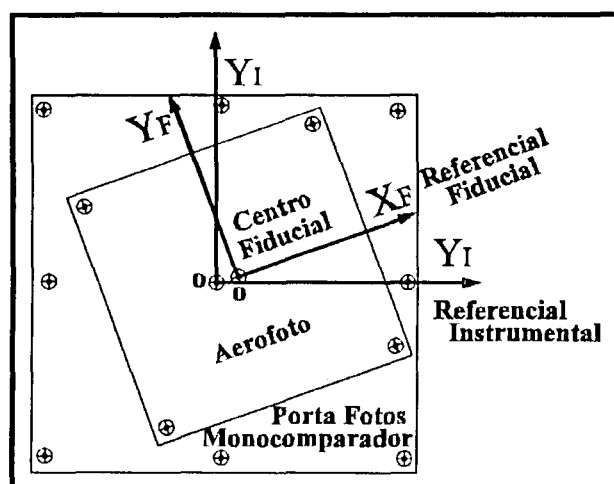


O certificado de calibração de uma câmara aérea apresenta as coordenadas das marcas fiduciais no referencial fiducial. Estes valores de coordenadas são fixos, e a princípio não se alteram com a utilização da câmara, a menos que por um motivo qualquer ocorra uma modificação mecânica das marcas no quadro do negativo. Estas coordenadas são importantíssimas para a transformação entre referenciais e o procedimento de orientação interior nos domínios analítico e digital.

2.3.1.3 Transformação de coordenadas no referencial instrumental de placa para o referencial fiducial

A transformação de observações fotogramétricas no referencial instrumental de placa para o referencial fiducial, fundamenta-se em uma das etapas de trabalho necessárias para o restabelecimento da geometria projetiva nos procedimentos fotogramétricos analítico e digital. Na figura 22 são apresentados os referenciais instrumental e o fiducial num monocomparador.

FIGURA 22 - Referencial instrumental de placa e referencial fiducial



Esta transformação matemática possui dupla função nos trabalhos fotogramétricos analíticos, pois no momento da execução da mesma, são modeladas matematicamente as deformações provenientes do trabalho do filme. Este erro sistemático tem sua origem nas diferenças existentes das condições ambientais no instante da tomada da foto e no instante da observação. No instante da tomada das aerofotos, tem-se condições de temperatura, umidade, pressão e forma de planificação diferentes das condições existentes do instante da observação fotogramétrica. Devido a isto a imagem fotográfica apresenta deformações de forma irregular. Para modelar estas deformações empregam-se diferentes modelos matemáticos lineares e não

lineares, em função na maioria dos casos, da quantidade de marcas fiduciais disponíveis na aerofoto.

Para aerofotos com somente quatro marcas fiduciais, utiliza-se a transformação afim geral no plano, onde se admite que as deformações estão somente no domínio linear (ANDRADE, 1981, p. 17). O modelo matemático desta transformação pode ser dado por:

$$\begin{aligned}x_f &= a_1.x_i + a_2.y_i + x_0 \\y_f &= a_3.x_i + a_4.y_i + y_0\end{aligned}\tag{13}$$

Para o caso de aerofotos com oito marcas fiduciais (LUGNANI, 1987, p. 87), recomenda-se a utilização da transformação projetiva no plano, onde se admite um maior grau de deformação linear. Esta transformação é dada por :

$$\begin{aligned}x_f &= \frac{a_1.x_i + a_2.y_i + a_3}{a_4.x_i + a_5.y_i + 1} \\y_f &= \frac{a_6.x_i + a_7.y_i + a_8}{a_4.x_i + a_5.y_i + 1}\end{aligned}\tag{14}$$

Para aerofotos com número de oito ou mais marcas fiduciais, tem sido recomendado a utilização da transformação polinomial de 2º a 3º grau que pode modelar possíveis deformações não lineares existentes na imagem (MERCHANT, 1979, p. 4-9). A forma analítica do modelo polinomial de 2º grau pode ser dada por:

$$\begin{aligned}x_f &= a_0 + a_1.x_i + a_2.y_i + a_3.x_i.y_i + a_4.x_i^2 + a_5.y_i^2 \\y_f &= b_0 + b_1.x_i + b_2.y_i + b_3.x_i.y_i + b_4.x_i^2 + b_5.y_i^2\end{aligned}\tag{15}$$

De uma maneira geral, a transformação afim geral no plano tem sido vastamente utilizada em vários sistemas fotogramétricos analíticos que necessitam deste tipo de aplicação. Este fato, é proveniente das facilidades computacionais existentes com a implementação deste tipo de modelo, como também pela maior abrangência de qualquer tipo de câmara.

Observando-se as marcas fiduciais de uma aerofoto, obtêm-se as suas coordenadas no referencial instrumental de placa. Tendo-se, a partir do certificado de calibração da câmara as coordenadas das marcas fiduciais no referencial fiducial, obtêm-se as condições necessárias para a realização do ajustamento por M.M.Q. para a determinação dos parâmetros do modelo matemático empregado, conforme mostrado no item (2.2.3).

Após a determinação dos parâmetros, dentro das precisões estabelecidas, as observações realizadas no referencial instrumental de placa são facilmente transformadas para o referencial fiducial com a aplicação do modelo determinado.

2.3.1.4 Referencial fotogramétrico

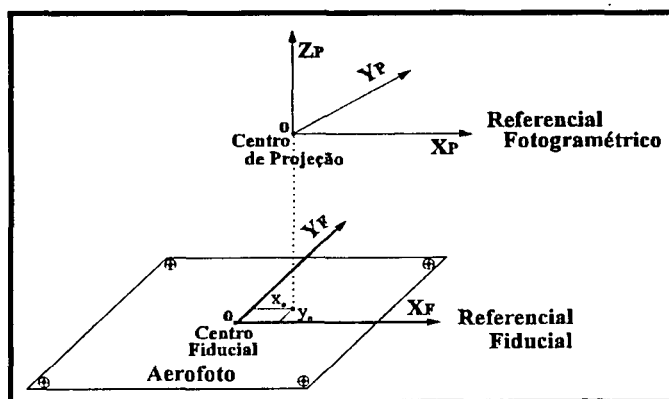
A transformação das observações realizadas numa aerofoto para o referencial fotogramétrico, pode ser considerada como a etapa final das transformações necessárias ao restabelecimento da geometria projetiva nos procedimentos fotogramétricos analíticos.

O referencial fotogramétrico é semelhante ao referencial fiducial. As diferenças existentes entre os referenciais estão nas origens utilizadas e no fato de ser o referencial fotogramétrico tridimensional, conforme mostrado na figura 23.

Como origem do referencial fotogramétrico pode ser adotado o ponto nodal anterior ou posterior, respectivamente quando se trabalha com o diapositivo ou o negativo. O sistema é cartesiano tridimensional destrógiro, e tem seus eixos OX_p e OY_p paralelos aos eixos OX_F e OY_F do referencial fiducial. O eixo OZ_p é

perpendicular ao plano da foto, com a orientação que torne o sistema destrógiro (orientado para o ponto nodal posterior ou para o plano do negativo, respectivamente quando se trabalha com o diapositivo ou negativo).

FIGURA 23 - Disposição do referencial fotogramétrico numa aerofoto



Para a materialização deste referencial são necessárias as coordenadas do ponto principal (x_o e y_o) no referencial fiducial. Estes valores são determinados por procedimentos de calibração de câmaras e encontram-se no certificado de calibração.

As coordenadas de um ponto no referencial fotogramétrico são os valores espaciais (X_p, Y_p, Z_p). Para observações monoscópicas, no negativo ou diapositivo, Z_p é constante, igual a distância focal da câmara, positiva ou negativa respectivamente. Geralmente, nas aplicações fotogramétricas somente as coordenadas planas (X_p e Y_p) são utilizadas.

2.3.1.5 Transformação de coordenadas no referencial fiducial para o referencial fotogramétrico

A diferença fundamental entre o referencial fiducial e o fotogramétrico, como já visto no item anterior, resume-se numa translação no plano, pois os mesmos são

paralelos. Conhecendo-se as coordenadas do ponto principal no referencial fiducial (x_o, y_o), a transformação do referencial fiducial para o fotogramétrico é dada por:

$$\begin{aligned}x_p &= x_f - x_o \\y_p &= y_f - y_o\end{aligned}\tag{16}$$

sendo:

x_p, y_p = Coordenadas no referencial fotogramétrico;

x_f, y_f = Coordenadas no referencial fiducial;

x_o, y_o = Coordenadas do ponto principal no referencial fiducial;

2.3.2 Referenciais do espaço objeto

São os referenciais topográficos ou geodésicos empregados para materializar pontos na superfície física ou nos modelos geométricos que substituem a terra real.

Deseja-se que os referenciais envolvidos nas transformações entre o espaço imagem e objeto sejam cartesianos tridimensionais, apesar desta condição não ser rigorosamente cumprida na prática, quando se utiliza dos referenciais do espaço objeto denominados híbridos (LUGNANI, 1979, p. 126). É o caso do referencial U.T.M. (Universal Transverse Mercator), ou topográfico, onde se tem as coordenadas planas e altimétricas em referenciais distintos. Tal fato, acarreta, em muitas aplicações fotogramétricas, uma redução da área trabalhada, correção do erro sistemático ligado com a esfericidade terrestre e decréscimo de precisão na metodologia utilizada.

Um dos referenciais mais importantes na materialização de pontos de apoio para a fotogrametria é o **cartesiano geodésico local**. Este referencial possui as propriedades necessárias ao cumprimento rigoroso de transformações entre referenciais cartesianos tridimensionais nos espaços imagem e objeto.

Partindo-se do referencial geodésico elipsoidal, onde se tem latitude e longitude elipsoidais e altitude geométrica, conforme mostrado na figura 24, pode-se obter as coordenadas geodésicas cartesianas tridimensionais com as seguintes fórmulas matemáticas:

$$\begin{aligned} X &= (N + H) \cdot \cos \varphi \cdot \cos \lambda \\ Y &= (N + H) \cdot \cos \varphi \cdot \sin \lambda \\ Z &= (N \cdot (1 - e^2) + H) \cdot \sin \varphi \end{aligned} \quad (17)$$

sendo:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} X & Y & Z \end{bmatrix}^T &= \text{Coordenadas geodésicas cartesianas tridimensionais;} \\ \varphi &= \text{Latitude geodésica;} \\ \lambda &= \text{Longitude geodésica;} \\ H &= \text{Altitude geométrica;} \\ N &= \text{Grande normal;} \\ e &= \text{Excentricidade do elipsóide.} \end{aligned}$$

A transformação inversa (coordenadas geodésicas cartesianas tridimensionais para coordenadas elipsoidais) não pode ser obtida de forma direta, sendo somente possível através de um procedimento iterativo (GEMAEL, 1981, p. 4-3). Estas fórmulas são dadas por:

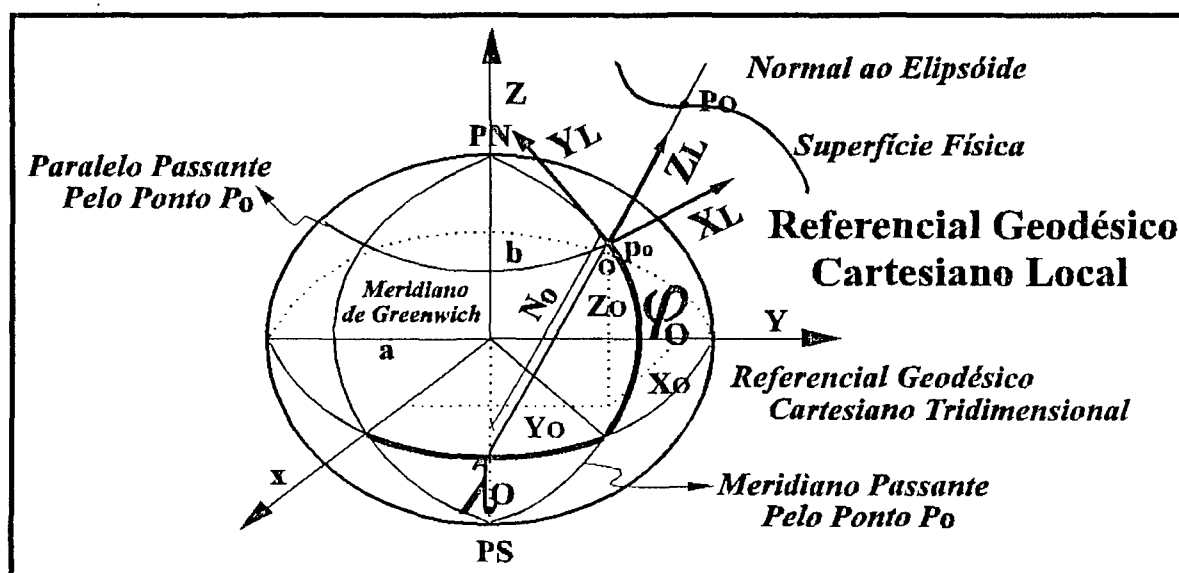
$$\lambda = \arctg\left(\frac{Y}{X}\right) \quad (18)$$

$$\varphi = \arctg\left[\frac{Z}{(X^2 + Y^2)^{1/2}} + \frac{N \cdot e^2 \cdot \sin \varphi}{(X^2 + Y^2)^{1/2}}\right] \quad (19)$$

Conhecendo-se os referenciais geodésicos elipsoidal e cartesiano tridimensional é possível definir o referencial geodésico cartesiano tridimensional local, conforme apresentado em (ANDRADE, 1977, p. 100).

A origem do referencial geodésico local (O) é geralmente, tomada sobre o elipsóide, no ponto definido pela normal passante pela estação tomada como origem do sistema. O eixo OZ_L é coincidente com a normal passante pela estação origem; o eixo OY_L é coincidente com o meridiano passante pela estação origem, orientado positivamente para o polo norte geodésico C.I.O. (origem convencional internacional do polo) e o eixo OX_L é coincidente com a direção que torna o sistema cartesiano destrógiro (leste), conforme mostrado na figura 25.

FIGURA 25 - Referencial geodésico cartesiano local



A formulação matemática necessária para a transformação de coordenadas geodésicas cartesianas tridimensionais para coordenadas geodésicas cartesianas tridimensionais locais é dada por:

$$\begin{bmatrix} X_L \\ Y_L \\ Z_L \end{bmatrix} = R_x(90 - \varphi_o) \cdot R_z(90 + \lambda_o) \cdot \begin{bmatrix} X - X_o \\ Y - Y_o \\ Z - Z_o \end{bmatrix} \quad (21)$$

A transformação inversa (de coordenadas locais para cartesianas geodésicas tridimensionais) é dada por:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = R_z(90 + \lambda_o)^T \cdot R_x(90 - \varphi_o)^T \cdot \begin{bmatrix} X_L \\ Y_L \\ Z_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \\ Z_o \end{bmatrix} \quad (22)$$

sendo:

$$R_x(90 - \varphi_o) = R_x(\gamma) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & \text{sen} \gamma \\ 0 & -\text{sen} \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$R_z(90 + \lambda_o) = R_z(\beta) = \begin{bmatrix} \cos \beta & \text{sen} \beta & 0 \\ -\text{sen} \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} X_o &= (N_o) \cdot \cos \varphi_o \cdot \cos \lambda_o \\ Y_o &= (N_o) \cdot \cos \varphi_o \cdot \text{sen} \lambda_o \\ Z_o &= (N_o \cdot (1 - e^2)) \cdot \text{sen} \varphi_o \end{aligned} \quad (25)$$

As fórmulas necessárias para o cálculo dos parâmetros elipsoidais podem ser dadas por:

N_o = Grande normal no ponto estação origem:

$$N_o = a(1 - e^2 \sin^2 \varphi_o)^{-1/2} \quad (26)$$

e^2 = Excentricidade primeira do elipsóide ao quadrado:

$$e^2 = 2\alpha - \alpha^2 \quad (27)$$

e'^2 = Excentricidade segunda do elipsóide ao quadrado:

$$e'^2 = \frac{e^2}{1 - e^2} \quad (28)$$

b = Semi-eixo menor do elipsóide:

$$b = a - \alpha \cdot a \quad (29)$$

a = Semi-eixo maior do elipsóide;

α = Achatamento do elipsóide.

O sistema geodésico brasileiro adota o “elipsóide sul americano 1969” que tem os seguintes parâmetros definidores: $a = 6378160,0$ m e $\alpha = 1:298,25$ (GEMAEL, 1981, p. 3-2).

As coordenadas de pontos no referencial geodésico tridimensional local tem aspecto semelhante ao de um referencial topográfico local, que tem o eixo **OY** orientado para o polo norte, o eixo **OX** orientado para leste e o eixo **OZ** coincidente com a altitude. Esta particularidade tem facilitado a compreensão e utilização prática do referencial geodésico local.

A utilização deste referencial nos trabalhos fotogramétricos, envolvidos de forma direta ou indireta com transformação de coordenadas entre referenciais dos espaços imagem e objeto, proporciona melhor adequação do modelo matemático e assegura a obtenção de resultados mais precisos, quando comparado com a utilização do referencial não cartesiano tridimensional (U.T.M. com altitude).

2.3.3 Referencial U.T.M.

Na obtenção de mapeamentos digitais da superfície terrestre, tem-se a necessidade de adotar um modelo geométrico representativo da terra real e um sistema de projeção (leis matemáticas) que transformem as coordenadas de pontos do modelo para uma superfície plana (mapa). Na elaboração de mapeamentos, onde a esfericidade terrestre se faz presente, o elipsóide de revolução (modelo geométrico que mais se aproxima da terra real) tem sido empregado na maioria dos trabalhos cartográficos realizados no país. Sabe-se da impossibilidade de mapear uma superfície esférica num plano, conservando simultaneamente a forma, distâncias segundo paralelos e meridianos.

Os sistemas de projeção conforme de Gauss, tem sido vastamente utilizado na cartografia, pois possuem a propriedade de conservar a forma de entidades mapeadas e apresentar mínimas deformações lineares.

O sistema de projeção U.T.M. é uma projeção conforme de Gauss, amplamente utilizada nos trabalhos cartográficos nacionais, tem o módulo de redução de escala K_0 igual a 0,9996 e fusos de 6 graus de amplitude. Consiste numa representação plana do elipsóide terrestre, onde em cada fuso adota-se um referencial plano, sendo N ordenada e E abscissa, com origem na interseção do meridiano central do fuso com o equador.

As fórmulas necessárias para transformação de coordenadas elipsoidais (φ, λ) para coordenadas no referencial U.T.M. (E, N) são apresentadas em (BLACHUT, 1979), (ROSIER, 1985), são dadas por:

a) Hemisfério Norte

$$\begin{aligned} E &= 500000 + \kappa_o.Y \\ N &= \kappa_o.X \end{aligned} \tag{30}$$

b) Hemisfério Sul

$$\begin{aligned} E &= 500000 + \kappa_o.Y \\ N &= 10000000 + \kappa_o.X \end{aligned} \tag{31}$$

Sendo:

$$\begin{aligned} X &= m + a_2.L^2 + a_4.L^4 + a_6.L^6 + \dots \\ Y &= a_1.L + a_3.L^3 + a_5.L^5 + \dots \end{aligned} \tag{32}$$

$$a_1 = c.((1/\cos\varphi)^2 + e'^2)^{-1/2}$$

$$a_2 = \frac{a_1}{2} \sin\varphi$$

$$a_3 = \frac{a_1}{6} (-1 + 2.\cos^2\varphi + e'^2.\cos^4\varphi)$$

$$a_4 = \frac{a_1}{12} (-1 + 6.\cos^2\varphi + 9.e'^2.\cos^4\varphi + 4.e'^4.\cos^6\varphi)$$

$$a_5 = \frac{a_1}{120} (-1 + 20.\cos^2 \varphi + (24 - 58.e'^2).\cos^4 \varphi + 72.e'^2.\cos^6 \varphi + \dots)$$

$$c = \frac{a^2}{b} \quad (33)$$

$$L = (\lambda - \lambda_0) \text{ em radianos}$$

$$m = a.(1 - e^2).(A.\varphi - \frac{B.\text{sen}(2\varphi)}{2} + \frac{C.\text{sen}(4\varphi)}{4} - \frac{D.\text{sen}(6\varphi)}{6} + \dots)$$

$$A = 1 + \frac{3.e^2}{4} + \frac{45.e^4}{64} + \frac{175.e^6}{256} + \frac{11025.e^8}{16384} + \dots$$

$$B = \frac{3.e^2}{4} + \frac{15.e^4}{16} + \frac{525.e^6}{512} + \frac{2205.e^8}{2048} + \dots$$

$$C = \frac{15.e^4}{64} + \frac{105.e^6}{256} + \frac{2205.e^8}{4096} + \dots$$

$$D = \frac{35.e^6}{512} + \frac{315.e^8}{2048} + \dots$$

2.3.4 Referencial L.T.M.

O sistema de projeção L.T.M. - Local Transverse Mercator, também conhecido por sistema topográfico local, pode ser definido como um caso particular do sistema de projeção U.T.M. (CARVALHO, 1984).

Sistema de projeção, proposto pelo Eng. Carvalho, para mapeamento de grandes escalas, à Comunidade Cartográfica Nacional no final da década de 70, vem sendo

utilizado com certa frequência em mapeamentos locais de pequenas áreas, onde a sistematização não se faz necessária.

O sistema L.T.M. constitui-se na verdade no sistema de projeção conforme de Gauss - Mercator transverso, com fusos de 1° grau de amplitude e com meridiano central na longitude intermediária de $30'$ (minutos). O coeficiente de deformação linear K_o igual a 0.999995, resulta um erro linear de 5 mm por quilômetro no meridiano central e na borda do fuso um erro linear de 28 mm por quilômetro.

As fórmulas necessárias para a transformação de coordenadas elipsoidais (φ, λ) para coordenadas no referencial L.T.M. (E, N) são apresentadas em (CARVALHO, 1984), e são dadas por:

a) Hemisfério Norte

$$\begin{aligned} E &= 2000000 + K_o \cdot Y \\ N &= K_o \cdot X \end{aligned} \tag{34}$$

b) Hemisfério Sul

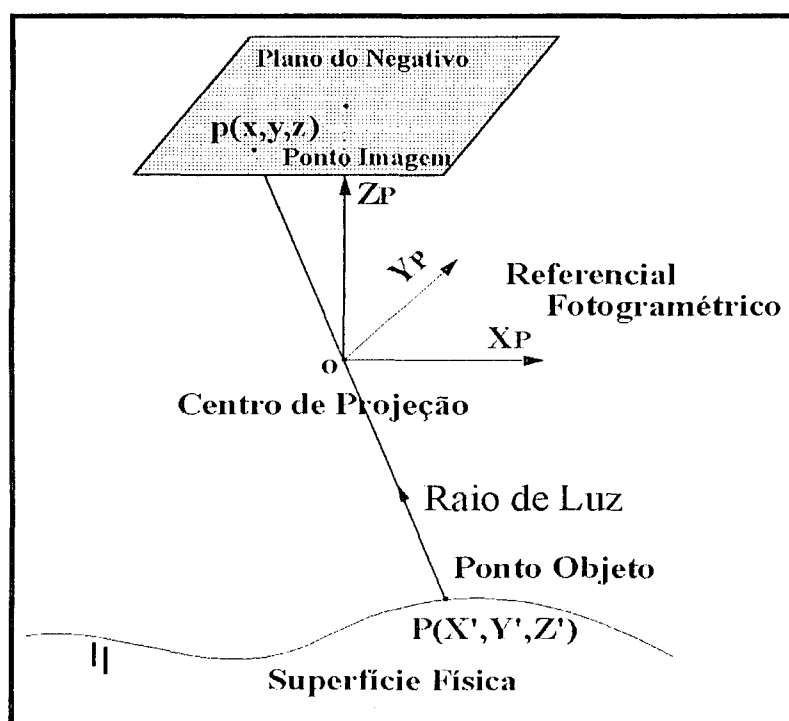
$$\begin{aligned} E &= 2000000 + K_o \cdot Y \\ N &= 5000000 + K_o \cdot X \end{aligned} \tag{35}$$

X e Y são coordenadas no sistema de projeção de Gauss, apresentadas no item 2.3.3. deste trabalho.

2.4 EQUAÇÕES DE COLINEARIDADE

As equações de colinearidade podem ser consideradas como sendo o modelo matemático fundamental e mais utilizado nos procedimentos fotogramétricos analíticos e digital. O desenvolvimento matemático deste modelo baseia-se na condição teórica de colinearidade do ponto imagem, centro de projeção e ponto objeto (ANDRADE, 1981, p. 04), ou que o raio de luz refletido da superfície física se propaga em linha reta no seu trajeto até encontrar o plano do negativo, no instante da tomada da aerofoto, conforme mostrado na figura 26.

FIGURA 26 - Condição de colinearidade



Da figura (26), tem-se:

$\begin{bmatrix} X' & Y' & Z' \end{bmatrix}^T$ = Coordenadas no referencial fotogramétrico do ponto P no espaço objeto;

$\begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}^T$ = Coordenadas no referencial fotogramétrico do ponto p no espaço imagem;

Matematicamente a condição de colinearidade é dada pela equação da reta no espaço, que pode ser expressa por:

$$\frac{x}{X'} = \frac{y}{Y'} = \frac{z}{Z'} \quad (36)$$

Na prática a condição de colinearidade não ocorre devido aos erros sistemáticos do trabalho do filme, distorções de lentes e refração fotogramétrica que deslocam o ponto imagem e o raio de luz. Entretanto, o afastamento desta condição pode ser minimizada matematicamente com a parametrização ou com a pré-correção dos erros, permitindo a aplicação da condição proposta. Desta forma, tem-se da fórmula (36), duas equações linearmente independentes , que podem ser dadas por:

$$\begin{aligned} x &= z \frac{X'}{Z'} \\ y &= z \frac{Y'}{Z'} \end{aligned} \quad (37)$$

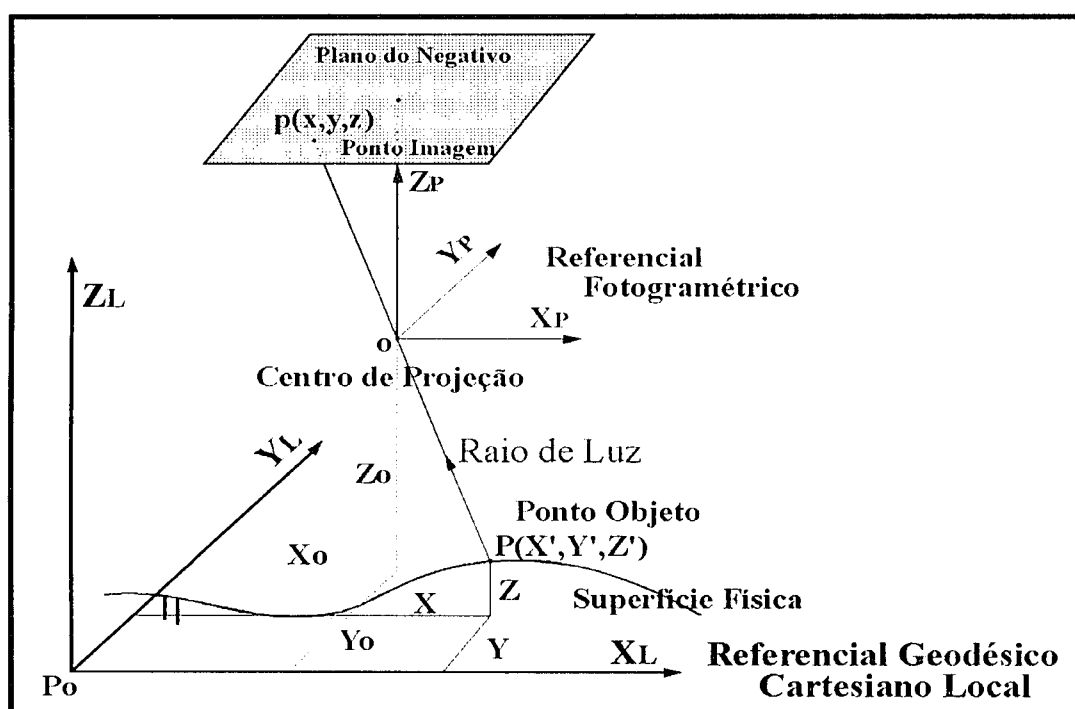
Nas câmaras aerofotogramétricas Z é constante para qualquer ponto imageado no negativo. O valor desta constante é igual a distância focal (C) da câmara. Substituindo nas fórmulas (37), tem-se:

$$x = c \frac{X'}{Z'}$$

$$y = c \frac{Y'}{Z'}$$
(38)

As equações (38) possibilitam o relacionamento de pontos no espaço objeto com pontos no espaço imagem, porém apresentam o inconveniente de terem os pontos do espaço objeto vinculados ao referencial fotogramétrico, que se encontra ligado com a estação de exposição da aerofoto. Por finalidades práticas é desejável que os pontos do espaço objeto estejam ligados com o referencial geodésico cartesiano tridimensional local, conforme mostrado na figura 27.

FIGURA 27 - Introdução do referencial geodésico local nas equações de colinearidade



Admitindo-se que os referenciais, fotogramétrico e o geodésico local não apresentam deformações, então neste caso, as diferenças físicas existentes entre ambos são devidas a um fator de escala, três rotações e três translações. Matematicamente, estes parâmetros podem ser tratados com a transformação de similaridade no espaço, dada por:

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = \lambda \cdot M \begin{bmatrix} X - X_o \\ Y - Y_o \\ Z - Z_o \end{bmatrix} \quad (39)$$

$$M = R_z(\chi) \cdot R_y(\varphi) \cdot R_x(\omega) = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \quad (40)$$

$$R_x(\omega) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \omega & \sin \omega \\ 0 & -\sin \omega & \cos \omega \end{bmatrix} \quad R_y(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 & -\sin \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \varphi & 0 & \cos \varphi \end{bmatrix}$$

$$R_z(\chi) = \begin{bmatrix} \cos \chi & \sin \chi & 0 \\ -\sin \chi & \cos \chi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (41)$$

Sendo:

λ = Fator de escala;

(χ, φ, ω) = Ângulos eulerianos que representam as rotações necessárias para tornar os referenciais paralelos;

(X_o, Y_o, Z_o) = Coordenadas da estação de exposição, representam as translações necessárias para a coincidência dos referenciais;

$[X \ Y \ Z]^T$ = Coordenadas de pontos no referencial geodésico local;

M = Matriz de rotação.

Substituindo (39) em (38), tem-se:

$$\begin{aligned} x &= c \frac{m_{11}(X-X_o)+m_{12}(Y-Y_o)+m_{13}(Z-Z_o)}{m_{31}(X-X_o)+m_{32}(Y-Y_o)+m_{33}(Z-Z_o)} \\ y &= c \frac{m_{21}(X-X_o)+m_{22}(Y-Y_o)+m_{23}(Z-Z_o)}{m_{31}(X-X_o)+m_{32}(Y-Y_o)+m_{33}(Z-Z_o)} \end{aligned} \quad (42)$$

As equações (42) são denominadas de equações de colinearidade, e possibilitam o relacionamento matemático (geometria projetiva) de coordenadas fotogramétricas de pontos no espaço imagem com coordenadas de pontos no espaço objeto.

2.5 ERROS SISTEMÁTICOS DA IMAGEM FOTOGRÁFICA

A dedução matemática das equações de colinearidade está fundamentada, como já visto anteriormente, na condição de colinearidade do ponto imagem, centro de projeção e ponto objeto. Na prática, esta condição matemática não é mantida, devido a existência de erros sistemáticos que alteram a posição do ponto imagem ou do raio de luz.

A utilização prática das equações de colinearidade, exige que as observações fotogramétricas sejam corrigidas dos erros sistemáticos que afetam a condição de colinearidade, a fim de adequá-las ao modelo matemático.

2.5.1 Trabalho do filme

O erro sistemático do trabalho do filme, desloca o ponto imagem devido as deformações, provenientes das diferenças existentes de temperatura, pressão, umidade e forma de planificação do filme, entre os instantes da tomada e da utilização prática da aerofoto.

A modelagem matemática deste erro sistemático é realizada na transformação das observações no referencial instrumental para o referencial fiducial conforme apresentado no item (2.3.1.3).

2.5.2 Distorções de lentes

As imagens fotográficas apresentam imperfeições que são devidas, basicamente, a duas falhas existentes no processo de fabricação do sistema de lentes da objetiva.

A primeira falha está relacionada com a impossibilidade prática de construir uma lente, de modo a coincidir com a forma ideal de um parabolóide de revolução, pois o que se consegue é uma lente com superfície esférica. Este fato provoca uma série de imperfeições na imagem que foram estudadas e quantificadas por Seidel que as definiu como as cinco aberrações monocromáticas (MERCHANT, 1978, p. 4-11). Estas podem ser classificadas em quatro aberrações que alteram a qualidade visual da imagem (aberração esférica, coma, astigmatismo e curvatura de campo) e outra, denominada de distorção que desloca geometricamente a imagem (ANDRADE, 1981, p. 07).

As aberrações que alteram a qualidade visual de uma imagem fotográfica não podem ser minimizadas simultaneamente com a distorção. A imagem fotográfica bem nítida apresenta grande parcela de distorção, por outro lado uma imagem com menor distorção não é tão nítida. Levando-se em conta esta condição, os fabricantes de câmaras aéreas procuram minimizar estes efeitos, chegando-se a valores aceitáveis para a distorção e para a qualidade visual da imagem. A distorção pode ser considerada

como a aberração de Seidel de maior interesse para a fotogrametria analítica, pois a mesma provoca deslocamento de um raio de luz incidente na superfície da lente na direção radial e simétrica ao ponto principal. Por esta característica ela foi denominada de **distorção radial e simétrica**.

A segunda falha está relacionada com a impossibilidade prática do fabricante de alinhar perfeitamente os eixos ópticos das lentes que compõem um sistema de lentes de uma objetiva. Este fato também provoca deslocamentos da imagem que é denominado de **distorção descentrada**. Esta distorção possui uma componente radial (distorção radial assimétrica) e outra componente tangencial (distorção descentrada) (ANDRADE, 1981, p. 12).

2.5.2.1 Correção da distorção radial simétrica

A distorção radial simétrica pode ser definida como sendo a parcela não desejável da refração sofrida por um raio de luz ao atravessar um sistema de lentes (ANDRADE, 1981, p. 07). O modelo empregado para corrigir as observações fotogramétricas da distorção radial simétrica, foi desenvolvido a partir do modelo apresentado por Conrady em 1929. O desenvolvimento matemático é apresentado em (ANDRADE, 1981, p. 08). As fórmulas, geralmente utilizadas para a correção em fotocoordenadas são dadas por:

$$\begin{aligned}x' &= x - \delta x_s \\y' &= y - \delta y_s\end{aligned}\tag{43}$$

$$\begin{aligned}\delta x_s &= (k_0 + k_1.r^2 + k_2.r^4 + k_3.r^6)x \\ \delta y_s &= (k_0 + k_1.r^2 + k_2.r^4 + k_3.r^6)y \\ r &= \sqrt{x^2 + y^2}\end{aligned}\tag{44}$$

$\begin{bmatrix} x' & y' \end{bmatrix}^T$ = Coordenadas no sistema fotogramétrico corrigidas da distorção radial simétrica;

$\begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix}^T$ = Coordenadas no sistema fotogramétrico;

(k_0, k_1, k_2, k_3) = Parâmetros matemáticos que descrevem a distorção radial simétrica, para a distância focal calibrada, obtidos do certificado de calibração da câmara.

2.5.2.2 Correção da distorção descentrada

A distorção descentrada não era considerada nos trabalhos iniciais de fotogrametria. A magnitude do erro era bem inferior ao da distorção radial simétrica. Isto se devia a existência de sistemas de lentes mais simples nas câmaras antigas. Com a fabricação de câmaras modernas com elaborados sistemas de lentes, e a exigência de trabalhos fotogramétricos mais precisos, verificou-se a necessidade de modelar esta distorção nos trabalhos fotogramétricos (MERCHANT, 1978, p. 4-12).

O modelo matemático utilizado para a correção desta distorção foi desenvolvido por Brown em 1966, com base no modelo de Conrady de 1919, que foi denominado de modelo de “Conrady e Brown”.

O desenvolvimento matemático do modelo pode ser encontrado em (MERCHANT, 1978, p. 4-12). As fórmulas finais para a correção da distorção nas observações fotogramétricas são dadas por:

$$\begin{aligned} x'' &= x' - \delta x_d \\ y'' &= y' - \delta y_d \end{aligned} \tag{45}$$

$$\begin{aligned}
\delta x_d &= P_1.(r'^2 + 2x'^2) + 2P_2.x'y' \\
\delta y_d &= P_2.(r'^2 + 2y'^2) + 2P_1.x'y' \\
r' &= \sqrt{x'^2 + y'^2}
\end{aligned} \tag{46}$$

$\begin{bmatrix} x'' & y'' \end{bmatrix}^T$ = Coordenadas no sistema fotogramétrico corrigidas da distorção descentrada;

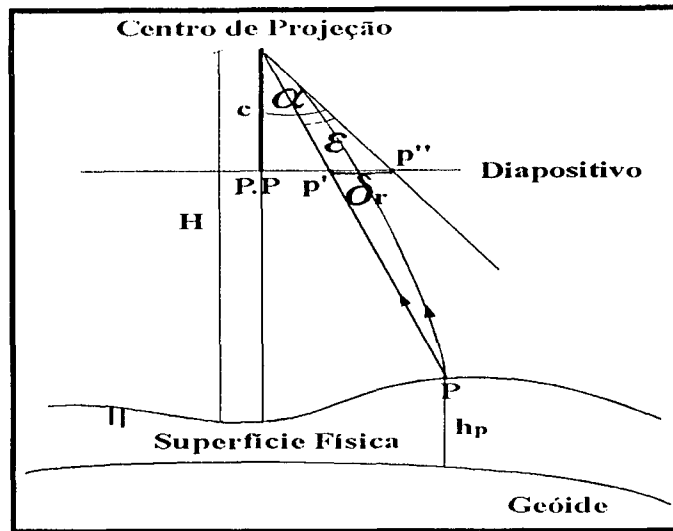
$\begin{bmatrix} x' & y' \end{bmatrix}^T$ = Coordenadas no sistema fotogramétrico corrigidas da distorção radial simétrica;

(P_1, P_2) = Parâmetros matemáticos que descrevem a distorção descentrada, obtidos do certificado de calibração da câmara.

2.5.3 Refração fotogramétrica

A refração fotogramétrica está fundamentada no deslocamento que sofre um raio de luz de sua trajetória teórica colinear, ao percorrer a distância que separa o centro óptico da câmara ao ponto objeto, devido as variações dos índices de refração existentes na atmosfera. O raio de luz é continuamente flexionado pela refração atmosférica, acarretando deslocamento da imagem em direções aproximadamente radiais a partir do ponto principal, conforme mostrado na figura 28.

FIGURA 28 - Efeito da refração fotogramétrica na imagem fotográfica



ε = Refração fotogramétrica;

δr = Deslocamento radial da imagem devido à refração fotogramétrica;

α = Ângulo nadiral;

c = Distância focal;

H = Altura de vôo;

h_p = Altitude do ponto P;

pp = ponto principal.

A refração fotogramétrica pode ser definida como sendo o ângulo formado entre o raio colinear e a tangente ao raio real no nodo exterior.

O modelo matemático empregado para corrigir os efeitos da refração fotogramétrica nas fotocoordenadas foi deduzido por (ANDRADE, 1977). As fórmulas finais de correção são dadas por:

$$\begin{aligned} x''' &= x'' - \delta x_r \\ y''' &= y'' - \delta y_r \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned}
\delta x_r &= \varepsilon_{45} \cdot \left(1 + \frac{r''^2}{c^2}\right) x'' \\
\delta y_r &= \varepsilon_{45} \cdot \left(1 + \frac{r''^2}{c^2}\right) y'' \\
r'' &= \sqrt{x''^2 + y''^2}
\end{aligned} \tag{48}$$

$\begin{bmatrix} x''' & y''' \end{bmatrix}^T$ = Coordenadas no sistema fotogramétrico corrigidas da refração fotogramétrica;

$\begin{bmatrix} x'' & y'' \end{bmatrix}^T$ = Coordenadas no sistema fotogramétrico corrigidas da distorção descentrada;

(ε_{45}) = Parâmetro de refração fotogramétrica média para um ângulo nadiral de 45 graus.

Tem-se verificado na prática, grande dificuldade na apropriada modelagem da refração fotogramétrica, apesar de terem sido desenvolvidos excelentes modelos matemáticos que descrevem os seus efeitos em fotocoordenadas. A dificuldade prática reside na correta determinação do parâmetro (ε_{45}) que descreve a refração média para um conjunto de aerofotos. Existem, basicamente dois caminhos a serem tomados para a determinação do parâmetro.

O primeiro fundamenta-se em adotar uma atmosfera padrão, devido as impossibilidades práticas em se obter valores de índices de refração reais, e determinar o valor de (ε_{45}) baseados em índices teóricos da refração atmosférica. Neste caso, tem-se uma grande simplificação na determinação, pois não se leva em consideração as condições atmosféricas existentes do local da tomada das aerofotos, como também os efeitos refrativos causados pelo deslocamento da aeronave. Tal simplificação, pode acarretar em muitos casos, como mostra (ANDRADE, 1977), total ineficiência do modelo matemático.

O segundo caminho é determinar o valor de (\mathcal{E}_{45}) , como parâmetro incógnito e representativo de uma refração fotogramétrica média de todo o conjunto de aerofotos, através de um ajustamento simultâneo. Neste procedimento tem-se como vantagem prática a possibilidade de se determinar os efeitos refrativos reais existentes no momento da tomada das aerofotos, porém esbarra em dificuldades operacionais para a determinação do parâmetro, no que se refere a programas eficientes para o ajustamento, utilização de pontos fotogramétricos pré-sinalizados a fim de garantir elevada precisão das observações, existência de correlação com outros erros sistemáticos e dificuldades na análise de resultados.

As dificuldades e incertezas existentes nos procedimentos envolvidos na determinação do parâmetro (\mathcal{E}_{45}) , fazem da refração fotogramétrica um erro pouco considerado na maioria dos trabalhos fotogramétricos realizados atualmente no País.

2.6 EQUAÇÕES DE COLINEARIDADE INVERSA

As equações de colinearidade deduzidas no item 2.4 possibilitam o relacionamento de pontos no espaço objeto com o seu homólogo no espaço imagem. Na sua forma mais usual (direta), os valores de fotocoordenadas de um ponto são expressas em função dos elementos de orientação da aerofoto, coordenadas do mesmo ponto no referencial geodésico local e distância focal. Matematicamente tem-se:

$$\begin{aligned}x &= f(c, \kappa, \varphi, \omega, X_o, Y_o, Z_o, X, Y, Z) \\ y &= f(c, \kappa, \varphi, \omega, X_o, Y_o, Z_o, X, Y, Z)\end{aligned}\tag{49}$$

Em outras aplicações, menos freqüentes, da fotogrametria analítica empregam-se as equações de colinearidade de forma inversa, onde as coordenadas geodésicas

locais planas estão em função dos outros elementos restantes. Matematicamente tem-se:

$$\begin{aligned} X &= f(c, \kappa, \varphi, \omega, X_o, Y_o, Z_o, x, y, Z) \\ Y &= f(c, \kappa, \varphi, \omega, X_o, Y_o, Z_o, x, y, Z) \end{aligned} \quad (50)$$

$[x \ y]^T$ = Coordenadas de pontos no referencial fotogramétrico;

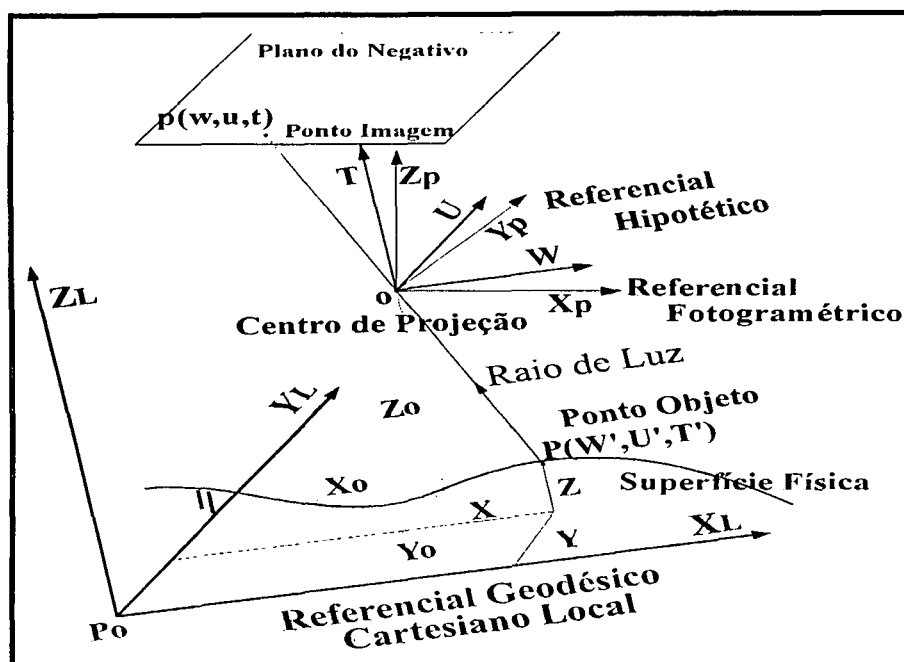
$[X \ Y \ Z]^T$ = Coordenadas de pontos no referencial geodésico cartesiano local;

$(\kappa, \varphi, \omega, X_o, Y_o, Z_o)$ = Parâmetros de orientação exterior de uma aerofoto no espaço;

C = Distância focal da câmara.

Considerando-se, para fins de dedução do modelo de colinearidade inverso, o hipotético referencial cartesiano tridimensional (W, U, T) , com origem no centro de projeção da aerofoto, paralelo ao referencial geodésico cartesiano tridimensional local (X, Y, Z) (LUGNANI, 1987, p.77), conforme mostrado na figura 29.

FIGURA 29 - Referencial cartesiano tridimensional hipotético



Da figura 29 tem-se:

$\begin{bmatrix} w' & u' & t' \end{bmatrix}^T$ = Coordenadas do ponto P no espaço objeto no referencial hipotético;

$\begin{bmatrix} w & u & t \end{bmatrix}^T$ = Coordenadas do ponto p no espaço imagem no referencial hipotético;

A condição de colinearidade do ponto objeto P, centro de projeção e ponto imagem p, pode ser dada matematicamente por:

$$\frac{w}{w'} = \frac{u}{u'} = \frac{t}{t'} \quad (51)$$

Duas equações linearmente independentes podem ser obtidas da equação (51), e são escritas por:

$$w' = \frac{t' \cdot w}{t} \quad (52)$$

$$u' = \frac{t' \cdot u}{t}$$

As equações (52) permitem o relacionamento de pontos do espaço imagem com pontos do espaço objeto no referencial cartesiano tridimensional hipotético. Entretanto, apresentam o inconveniente de ter as coordenadas do ponto do espaço imagem num referencial não fotogramétrico.

As equações (39) transformam coordenadas de pontos do espaço objeto no referencial fotogramétrico para o referencial geodésico local. Pode-se então aplicá-las na transformação de coordenadas de um ponto p no espaço imagem, com coordenadas no referencial hipotético (w, u, t) , para o referencial fotogramétrico (x, y, z) , Matematicamente tem-se:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \lambda \cdot M \begin{bmatrix} w \\ u \\ t \end{bmatrix} \quad (53)$$

A transformação inversa é dada por:

$$\begin{bmatrix} w \\ u \\ t \end{bmatrix} = k \cdot M^T \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (54)$$

Substituindo (z) pela distância focal da câmara (C) , e escrevendo-se de forma não matricial, tem-se:

$$\begin{aligned}
w &= k.(m_{11}x + m_{21}y + m_{31}c) \\
u &= k.(m_{12}x + m_{22}y + m_{32}c) \\
t &= k.(m_{13}x + m_{23}y + m_{33}c)
\end{aligned}
\tag{55}$$

A diferença existente entre o referencial hipotético (W, U, T) e o geodésico local (X, Y, Z) é devida somente a origem adotada. Então, pode-se expressar as coordenadas do ponto P (w', u', t') no referencial hipotético em função das coordenadas no referencial geodésico cartesiano local, dadas por:

$$\begin{aligned}
w' &= X - X_o \\
u' &= Y - Y_o \\
t' &= Z - Z_o
\end{aligned}
\tag{56}$$

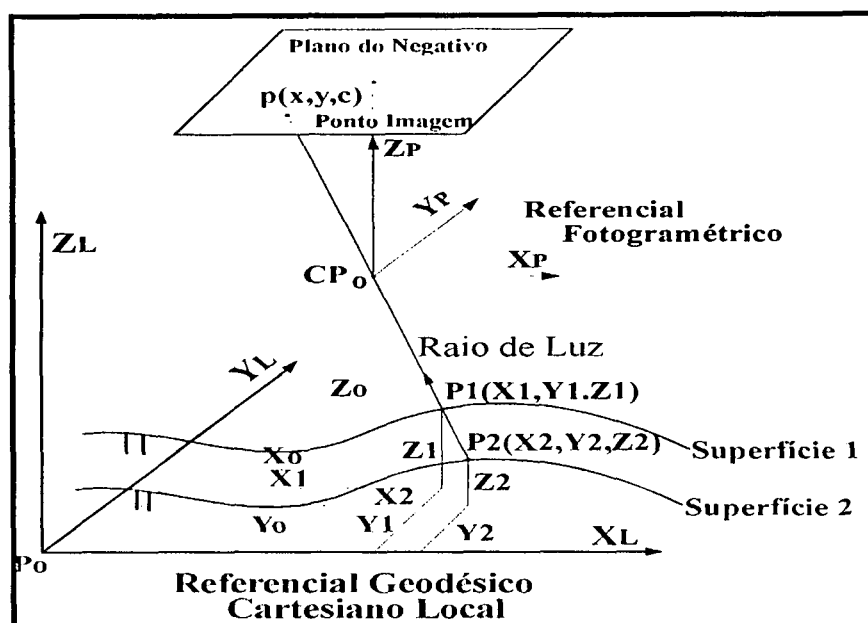
Substituindo-se as equações (55) e (56) na equação (52), tem-se:

$$\begin{aligned}
X &= X_o + (Z - Z_o) \frac{m_{11}x + m_{21}y + m_{31}c}{m_{13}x + m_{23}y + m_{33}c} \\
Y &= Y_o + (Z - Z_o) \frac{m_{12}x + m_{22}y + m_{32}c}{m_{13}x + m_{23}y + m_{33}c}
\end{aligned}
\tag{57}$$

As equações (57) são conhecidas como equações de colinearidade inversa. Permitem a determinação planimétrica de pontos, no referencial geodésico cartesiano local a partir de coordenadas de pontos no referencial fotogramétrico, parâmetros de orientação exterior de uma aerofoto e coordenada (Z) do ponto no referencial geodésico local.

Verifica-se facilmente na figura 30, que só é possível a determinação planimétrica do ponto (X, Y) se for conhecida a coordenada (Z) .

FIGURA 30 - Condição de utilização das equações de colinearidade inversa

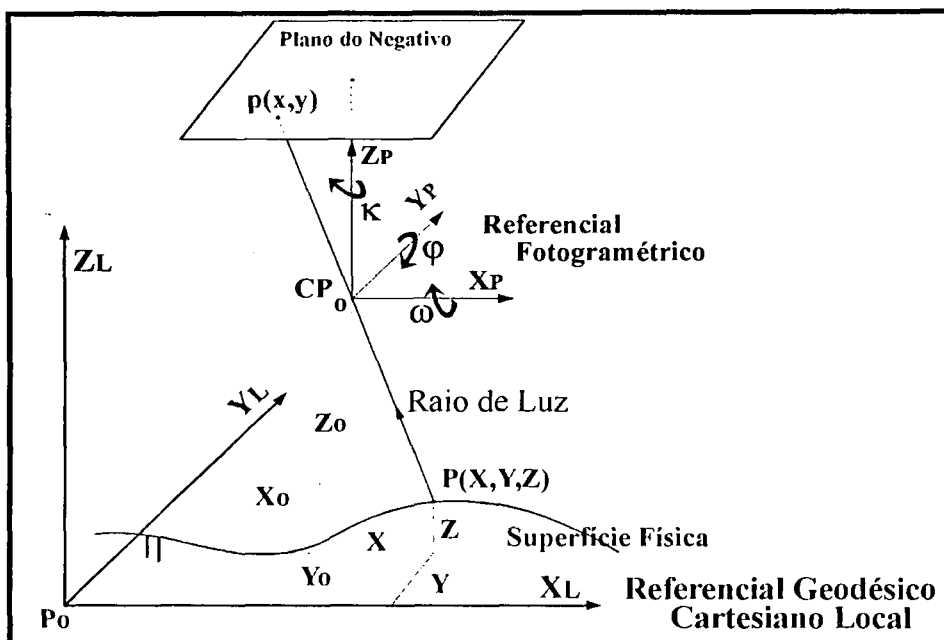


2.7 ORIENTAÇÃO EXTERIOR DE UMA AEROFOTO NO ESPAÇO

A orientação exterior de uma aerofoto no espaço, consiste em matematicamente determinar os parâmetros necessários para posicionar (X_0, Y_0, Z_0) e orientar (χ, φ, ω) uma aerofoto no espaço, em relação ao referencial geodésico cartesiano local (MERCHANT, 1979, p. 6-1), conforme mostra a figura 31.

Empregando-se as equações de colinearidade na forma direta, pode-se determinar os parâmetros requeridos com a resolução de um sistema de equações. Cada ponto com coordenadas fotogramétricas e geodésicas conhecidas, dá origem a duas equações. Com três pontos tem-se seis equações e seis incógnitas (solução única para a resolução do sistema de equações).

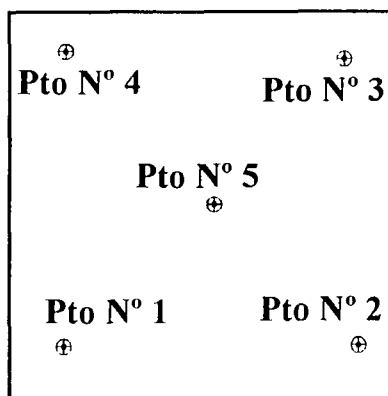
FIGURA 31 - Orientação exterior de uma aerofoto no espaço



Na prática, verifica-se a necessidade de maior número de pontos, com perfeita distribuição dos mesmos na aerofoto a fim de assegurar correta determinação dos parâmetros e permitir a detecção de eventuais erros grosseiros nas observações, como também prover resultados que permitam a análise das precisões dos parâmetros determinados.

Levando-se em conta estas condições, pode-se considerar cinco pontos fotogramétricos, distribuídos conforme a figura 32, como a condição mínima desejável na prática.

FIGURA 32 - Distribuição mínima desejável na prática de pontos numa aerofoto para fins de orientação exterior



AEROFOTO

Analisando-se as equações de colinearidade na forma direta (equações 42), verifica-se que no primeiro membro tem-se fotocoordenadas de pontos observados numa aerofoto, e no segundo as coordenadas dos mesmos pontos no referencial geodésico local. Tratando-se as coordenadas fotogramétricas e geodésicas como valores observados e determinados dentro de uma certa precisão, pode-se empregar a forma de ajustamento paramétrico com injunções posicionais de peso, como procedimento mais apropriado para a determinação dos parâmetros de orientação exterior.

A formulação matemática de cálculo em forma matricial, pode ser dada por:

$$L_a = F(X_a) \quad (58)$$

L_a = Valores observados e ajustados;

X_a = Parâmetros ajustados.

Após a linearização por Taylor, tem-se:

$$V = AX + L \quad (59)$$

A = Matriz das derivadas parciais em relação aos parâmetros;

X = Vetor de correção dos parâmetros ajustados;

V = Vetor dos resíduos das observações fotogramétricas.

$$L = L_o - L_b \quad (60)$$

L_b = Vetor dos valores observados de fotocoordenadas;

$L_o = F(X_o^o)$ = Vetor dos resultados da função matemática com os parâmetros aproximados.

Levando-se em conta as condições impostas nas restrições matemáticas de posição, dadas por:

$$\begin{aligned} X_c^a - X_{obs} &= \varepsilon_x \\ Y_c^a - Y_{obs} &= \varepsilon_y \\ Z_c^a - Z_{obs} &= \varepsilon_z \end{aligned} \quad (61)$$

$[X_c^a \ Y_c^a \ Z_c^a]^T$ = Coordenadas de pontos no referencial geodésico local, calculadas pelo ajustamento;

$[X_{obs} \ Y_{obs} \ Z_{obs}]^T$ = Coordenadas de pontos no referencial geodésico local, observadas;

$[\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z]^T$ = Erro de fechamento das restrições, ou resíduos nos pontos no referencial geodésico local.

O cálculo dos parâmetros ajustados é dado por:

$$X_a = X_o^o + X \quad (62)$$

X_o^0 = Vetor dos parâmetros aproximados;

X = Vetor das correções aos parâmetros aproximados.

Sendo:

$$X = - (N_1 + N_2)^{-1} \cdot (U_1 + U_2) \quad (63)$$

$$\begin{aligned} N_1 &= A^T \cdot P \cdot A \\ N_2 &= \tilde{P} \end{aligned} \quad (64)$$

$$\begin{aligned} U_1 &= A^T \cdot P \cdot L \\ U_2 &= \tilde{P} \cdot \varepsilon \end{aligned}$$

P = Matriz de pesos das observações fotogramétricas;

\tilde{P}_i = Matriz de pesos das observações geodésicas;

ε = Vetor erro de fechamento das injunções.

Considerando-se observações geodésicas não correlacionadas, tem-se N_2 uma matriz bloco diagonal de $(6 + 3n)$ linhas por $(6 + 3n)$ colunas. Nas posições da diagonal principal, relativas as coordenadas geodésicas dos pontos observados, estão as submatrizes de peso \tilde{P}_i , dadas por:

$$\tilde{P}_i = \begin{bmatrix} 1/\sigma_{xi}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sigma_{yi}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\sigma_{zi}^2 \end{bmatrix} \quad (65)$$

n = Número de pontos utilizados no ajustamento;

$\sigma_{xi}^2, \sigma_{yi}^2, \sigma_{zi}^2$ = Variância das coordenadas geodésicas locais.

O vetor U_2 de dimensão $(6 + 3n)$, tem nas posições relativas aos pontos observados, subvetores U_i dados por:

$$U_i = \begin{bmatrix} (1/\sigma_{xi}^2) \cdot \varepsilon_x \\ (1/\sigma_{yi}^2) \cdot \varepsilon_y \\ (1/\sigma_{zi}^2) \cdot \varepsilon_z \end{bmatrix} \quad (66)$$

A análise da precisão da determinação dos parâmetros $(\chi, \varphi, \omega, X_o, Y_o, Z_o)$ pode ser realizada com os resíduos nas observações fotogramétricas (V) , resíduos nas injunções (ε) e matriz variância e covariância dos parâmetros ajustados (ΣX_a) , dada por:

$$\Sigma X_a = \sigma_o^2 \cdot (N_1 + N_2)^{-1} \quad (67)$$

$$\sigma_o^2 = \frac{V^T \cdot P \cdot V + \varepsilon^T \cdot \tilde{P} \cdot \varepsilon}{gl} \quad (68)$$

σ_o^2 = Variância das observações de peso unitário a posteriori;

gl = Graus de liberdade (diferença entre o número de equações totais (menos número de incógnitas).

O número de equações totais representa, neste trabalho, como a soma do número de equações normais com o número de equações de injunção. Maiores detalhes sobre ajustamento com injunções ver (GEMAEL, 1994, p. 185), (ANDRADE, 1979, p. 09), (ROSIER, 1983, p. 31) e (MITISHITA, 1986, p. 71).

2.8 FORMAÇÃO ANALÍTICA DO MODELO FOTOGRAMÉTRICO

A formação analítica do modelo fotogramétrico consiste em, matematicamente, realizar a orientação exterior de duas fotos no espaço, onde são determinados os seis

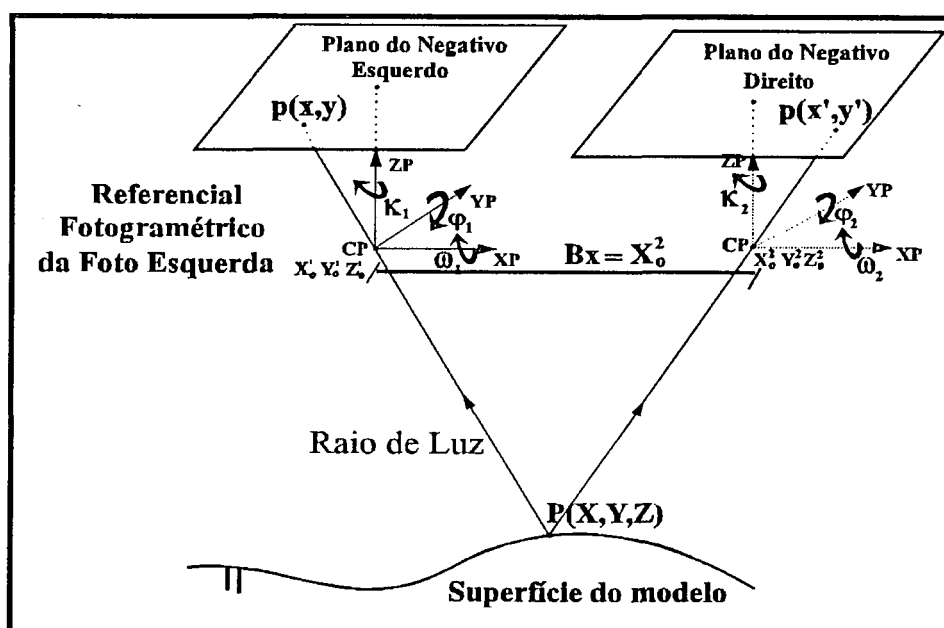
parâmetros de orientação exterior de cada foto $(\chi_1, \varphi_1, \omega_1, X_0^1, Y_0^1, Z_0^1)$, $(\chi_2, \varphi_2, \omega_2, X_0^2, Y_0^2, Z_0^2)$ e as coordenadas tridimensionais (X_i, Y_i, Z_i) de cada ponto no espaço objeto. Ver maiores detalhes em (MERCHANT, 1979, p. 6-5), (LUGNANI, 1987, p. 81) e (MITISHITA, 1986, p. 62).

Para a determinação matemática destes elementos são necessárias as fixações de um referencial e de uma escala. Visando facilidades operacionais (obtenção de valores aproximados e minimização de cálculos), utilizou-se neste trabalho do referencial fotogramétrico da foto esquerda na escala do tamanho da aerofoto (230 x 230 mm).

Matematicamente estas condições podem ser dadas por:

$$\begin{aligned} X_0^1 &= Y_0^1 = Z_0^1 = 0,0 \\ \chi_1 &= \varphi_1 = \omega_1 = 0,0 \\ X_0^2 &= 92,00 \end{aligned} \quad (69)$$

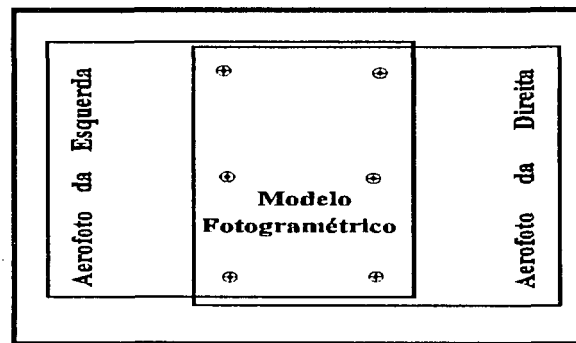
FIGURA 33 - Esquema da formação analítica do modelo fotogramétrico



Conforme mostrado na figura 33, o valor de X_0^2 igual a 92,00 mm representa a base estereoscópica do modelo fotogramétrico com recobrimento longitudinal de 60 % e aerofotos de 230 X 230 mm.

Partindo-se de fotocoordenadas de pontos fotogramétricos observados nas aerofotos que formam o modelo, conforme mostrado na figura 34, e empregando-se as equações de colinearidade na forma direta (42), pode-se determinar matematicamente os elementos restantes à formação analítica do modelo fotogramétrico.

FIGURA 34 - Esquema da distribuição mínima desejável de pontos fotogramétricos nas aerofotos para a formação analítica do modelo



Para cada ponto observado na aerofoto da esquerda tem-se duas equações dadas por:

$$\begin{aligned} x_i &= F_{xi}(X_i, Y_i, Z_i) \\ y_i &= F_{yi}(X_i, Y_i, Z_i) \end{aligned} \quad (70)$$

Estas equações assumem estas formas particulares, pois os parâmetros de orientação exterior da foto da esquerda foram previamente fixados (69), na definição do referencial de formação do modelo. E para os pontos observados na aerofoto da direita, tem-se outras duas equações dadas por:

$$\begin{aligned}x_i &= F_{x_i}(\chi_2, \varphi_2, \omega_2, Y_0^2, Z_0^2 X_i, Y_i, Z_i) \\y_i &= F_{y_i}(\chi_2, \varphi_2, \omega_2, Y_0^2, Z_0^2 X_i, Y_i, Z_i)\end{aligned}\tag{71}$$

O valor de X_0^2 não está presente nas equações acima, pois o mesmo já foi fixado na definição da escala do modelo fotogramétrico.

Considerando-se o exemplo mostrado na figura 34, com seis (6) pontos fotogramétricos, tem-se um sistema com vinte e quatro (24) equações a vinte e três incógnitas $(\chi_2, \varphi_2, \omega_2, Y_0^2, Z_0^2 X_i, Y_i, Z_i)_{i=1,6}$ que pode ser resolvido com a técnica de ajustamento paramétrico, pois neste caso os valores observados ajustados podem ser expressos explicitamente como uma função dos parâmetros ajustados. Maiores detalhes sobre a técnica de ajustamento paramétrico podem ser encontrados em (GEMAEL, 1994, p. 115).

2.9 ORIENTAÇÃO ABSOLUTA DO MODELO FOTOGRAMÉTRICO

A orientação absoluta do modelo fotogramétrico, neste trabalho, consiste na obtenção do modelo matemático a ser empregado na transformação de coordenadas do referencial de modelo para o referencial geodésico local.

Para a realização desta aplicação é necessário um conjunto de pontos fotogramétricos com coordenadas conhecidas em ambos os referenciais (no mínimo três pontos não alinhados, sendo dois planialtimétricos e um altimétrico).

Admitindo-se que as diferenças físicas existentes entre os referenciais cartesianos ortogonais sejam devidas a rotações e translações nos três eixos coordenados e um único fator de escala, tem-se, no modelo isogonal ou conforme, as condições matemáticas necessárias à parametrização destas diferenças. O modelo isogonal pode ser expresso por:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \lambda M \begin{bmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{bmatrix} \quad (72)$$

Sendo:

$[X \ Y \ Z]^T$ = Coordenadas de pontos fotogramétricos no referencial geodésico local;

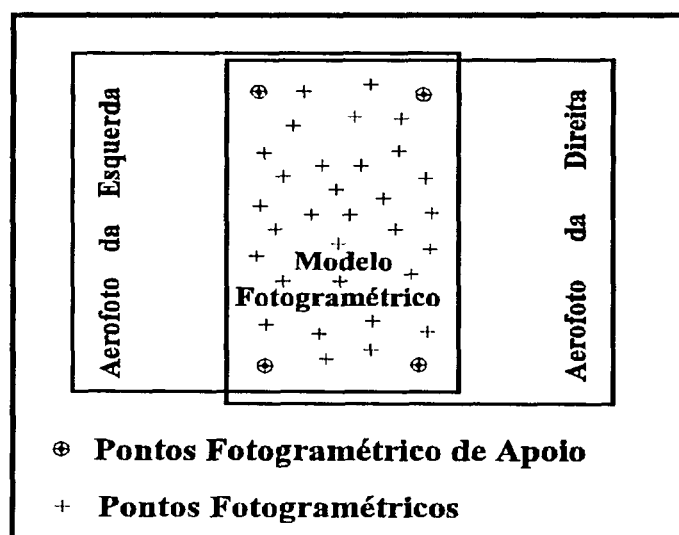
$[x \ y \ z]^T$ = Coordenadas de pontos fotogramétricos no referencial de modelo;

λ = Fator de escala;

$[X_0, Y_0, Z_0]^T$ = Parâmetros de translação;

M = Matriz de rotação ortogonal, proveniente das rotações nos três eixos cartesianos.

FIGURA 35 - Distribuição mínima desejável de pontos fotogramétricos de apoio no modelo fotogramétrico



A figura 35 mostra a distribuição mínima desejável na prática de pontos fotogramétricos de apoio a ser empregado na orientação absoluta do modelo. Neste

caso tem-se um sistema com doze (12) equações a sete (7) parâmetros, que pode ser resolvido de forma mais apropriada, através da técnica de ajustamento paramétrico com injeção posicionais de peso, conforme apresentado no item 2.7.

Após a determinação dos parâmetros, as coordenadas dos pontos fotogramétricos existentes no modelo podem ser transformadas para o referencial geodésico local com a transformação inversa dada por:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \lambda^{-1} M^T \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} \quad (73)$$

2.10 MODELO DIGITAL DE TERRENO

Modelo digital de terreno ou D.T.M. (“digital terrain model”) é o termo genérico empregado para referir-se ao modelamento matemático de superfícies. Pode-se definir modelo digital de terreno como sendo um conjunto de pontos amostrados da superfície real, com coordenadas espaciais (X,Y,Z) determinadas num dado referencial e algoritmos que possibilitem construir um modelo matemático que reproduza da melhor maneira possível o comportamento altimétrico da superfície real (OSTMAN, 1987, p. 04).

A utilização prática de um D.T.M., até bem pouco tempo atrás, limitava-se a poucas aplicações na área de cartografia como o traçado de curvas de isovalores ou a geração de perfis altimétricos para a retificação diferencial de uma aerofoto. Contudo, com o desenvolvimento de computadores com maior velocidade de processamento e maior capacidade de armazenamento das informações, tem-se utilizado do D.T.M., para a resolução de diversos problemas de engenharia que necessitam de informações do comportamento altimétrico de uma dada superfície.

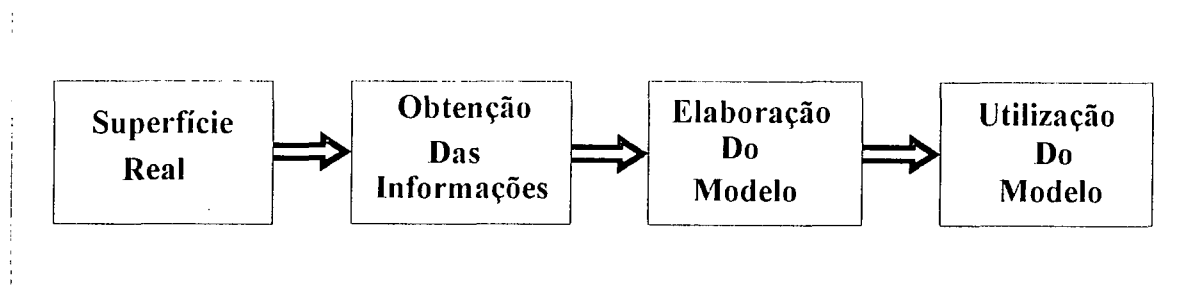
2.10.1 Conceituação básica sobre D.T.M.

Conforme (PETTTINATI, 1983, p. 1-04), o processo de modelagem matemática de superfícies (D.T.M.) envolve três etapas básicas de trabalho a seguir apresentadas:

- a) Obtenção de informações da superfície real que possibilitem a caracterização matemática do modelo;
- b) Elaboração do modelo matemático, composto por estruturas de dados e funções de interpolação que simulem o comportamento da superfície real;
- c) Utilização do modelo em substituição à superfície real.

A figura 36 mostra o fluxo das fases de trabalho envolvidas na utilização de um D.T.M..

FIGURA 36 - Fases de trabalho necessárias ao processo de modelamento matemático de superfícies



2.10.2 Obtenção das informações da superfície real

A obtenção das informações da superfície real para fins de modelamento matemático de superfícies, consiste em levantar por uma técnica de amostragem um certo número de pontos com coordenadas espaciais (X,Y,Z). O processo de amostragem não pode ser conduzido de forma casual. A escolha de pontos deve ser

realizada de maneira que o conteúdo informativo dos mesmos represente o comportamento estrutural da superfície real. A correta definição dos pontos amostrados constitui a base de funcionamento dos algoritmos matemáticos utilizados na interpolação matemática de “alturas”.

Os pontos com suas coordenadas espaciais podem ser obtidos com base nas seguintes técnicas:

- a) Levantamentos topográficos e geodésicos;
- b) Fotogrametria;
- c) Digitalização vetorial de curvas de nível em mapeamentos analógicos;
- d) Transformação de curvas de nível digital, em formato vetorial, para pontos com coordenadas espaciais.

Cada uma destas técnicas possuem vantagens e desvantagens quando comparadas com as precisões obtidas nas coordenadas, facilidades e tempo de execução dos trabalhos. Para a escolha de uma das técnicas deve ser levado em conta, basicamente o tipo de aplicação a que se destina o D.T.M..

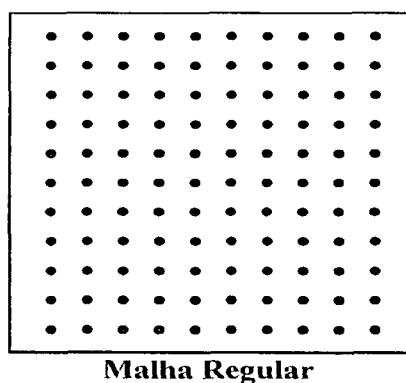
2.10.3 Amostragem de pontos em forma de perfis

A perfilagem de dados é uma das técnicas mais empregada para a obtenção de informações espaciais para fins de modelamento matemático de superfícies. O processo consiste em obter pontos representativos de relevo na região de estudo, de maneira que os mesmos sejam amostrados de acordo com linhas sobrepostas à superfície.

2.10.3.1 Perfilagem regular

Assume-se que os pontos são coletados em forma de uma matriz, onde os espaçamentos entre linhas e colunas são previamente determinados, conforme mostra a figura 37. Na prática, esta forma de amostragem de dados é quase sempre realizada em restituidores fotogramétricos analíticos que possibilitam de maneira automatizada, a captura de pontos em intervalos de distâncias predeterminadas (malha regular).

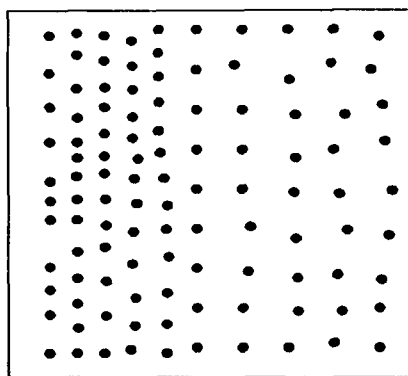
FIGURA 37 - Amostragem em forma de perfis regulares



2.10.3.2 Perfilagem irregular

Consiste na forma mais genérica de amostragem de dados por aerofotogrametria e topografia. Neste processo não se leva em conta o exato espaçamento de pontos no perfil ou entre perfis, conforme mostrado na figura 38. Os intervalos aproximados entre pontos amostrados no perfil e entre perfis são definidos em função do tipo de relevo existente na região amostrada.

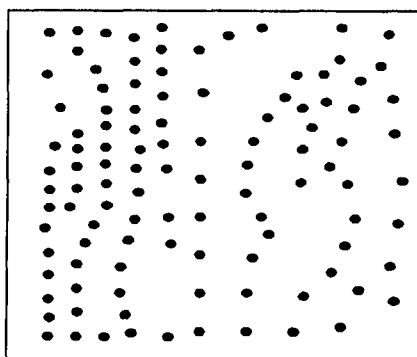
FIGURA 38 - Amostragem em forma de perfis irregulares

**Perfilagem Irregular**

2.10.3.3 Amostragem de pontos independentes

A forma de amostragem de pontos independentes, preocupa-se em observar a descontinuidade de relevo, existente na superfície amostrada. Observa-se pontos ao longo de rios, declives, picos, estradas, taludes, ravinas, linhas de drenagem, etc. A figura 39 mostra a distribuição espacial de pontos com este tipo de amostragem.

FIGURA 39 - Forma de amostragem de pontos independentes

**Amostragem de Pontos
Independentes**

2.10.3.4 Amostragem com perfis irregulares e pontos independentes

Esta é a forma mais eficiente para a obtenção das informações para fins de modelagem de superfícies. Coleta-se pontos na forma de perfis irregulares, como apresentado no item 2.10.3.2, e nas regiões de descontinuidade de relevo é realizada a amostragem de pontos independentes.

2.10.4 Elaboração do modelo matemático

Conforme (PETTTINATI, 1983, p. 1-05), a elaboração do modelo matemático de uma superfície consiste no agrupamento dos pontos que descrevem a superfície real, em unidades lógicas denominadas de estruturas de dados e na determinação de funções de interpolação, de forma que todo o conjunto simule de modo idealizado o comportamento da superfície original.

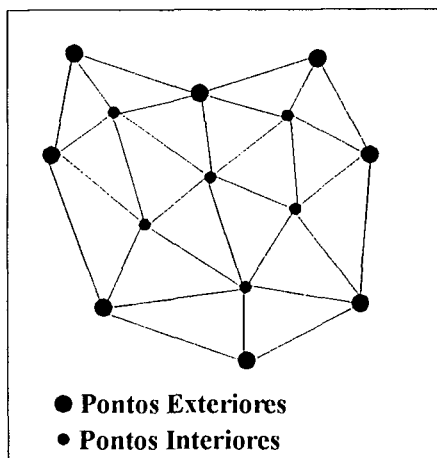
Existem vários processos na elaboração de modelos digitais. De forma geral, os pontos amostrados são interligados formando polígonos e estes formando um poliedro. Desta maneira, a superfície é aproximada por um modelo que é um poliedro cujos vértices são os pontos amostrados. Pode-se ter diferentes classes de poliedros, sendo que as duas mais empregadas são a **triangulação** e a **grade retangular**.

2.10.4.1 Triangulação

Triangulação é o modelo digital mais empregado na representação matemática de superfícies. Consiste num poliedro de faces triangulares, onde os vértices dos triângulos são os pontos amostrados na superfície. Estes pontos são classificados como pontos interiores quando são totalmente rodeados por triângulos e pontos exteriores

quando são unidos dois a dois formando uma linha poligonal fechada que delimita a área a ser modelada (região de interesse), conforme mostrado na figura 40.

FIGURA 40 - Modelo digital de triangulação



O primeiro procedimento na construção de uma triangulação é delimitar a região de interesse. Verifica-se que esta fronteira não é única, pois existe um número elevado de possíveis regiões de interesse. De todas as possíveis regiões de interesse, existirá somente uma que define um polígono convexo. Esta fronteira convexa é a que é empregada para delimitar a triangulação. A construção da fronteira convexa é objeto de estudos de vários autores. Em (PETTTINATI, 1983, p. 3-19), é apresentado um algoritmo de construção.

O segundo procedimento é a realização da triangulação propriamente dita. Consiste na união dos pontos amostrados dois a dois formando triângulos. Verifica-se que uma triangulação não é única. Conforme (PETTTINATI, 1983, p. 2-04), para uma quantidade de pontos interiores i e uma quantidade de pontos exteriores e , existirá um número n de quantidades de triangulações distintas.

$$n = \frac{2.(2.e-3)!.(4.i+2.e-5)!}{(e-1)!.(e-3)!.(3.i+2.e-3)!} \quad (74)$$

Apesar das diferentes triangulações possíveis, todas apresentam o mesmo número de arestas A e de Triângulos T (EWING, 1970).

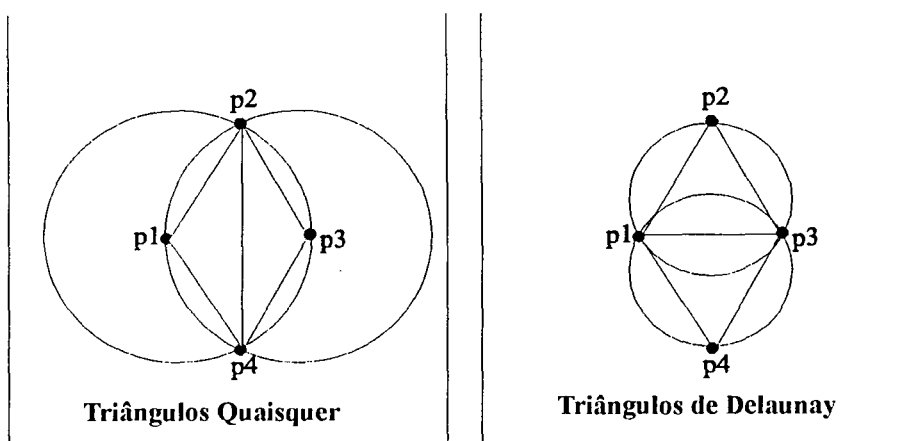
$$A = 2.e + 3.(i - 1) \quad T = e + 2.(i - 1) \quad (75)$$

Nem todas as triangulações possíveis prestam-se bem para a tarefa de modelamento de superfícies. Deve-se escolher uma onde não haja abundância de triângulos excessivamente longos e afinados (PETTTINATI, 1983, p. 2-05). De todas as diferentes triangulações de um mesmo conjunto de pontos, existe uma que satisfaz a exigência apresentada anteriormente. Esta triangulação é conhecida como **triangulação de Delaunay**.

O procedimento para a geração da triangulação de Delaunay está baseado na propriedade do circuncírculo (PETTTINATI, 1983, p. 3-27), podendo ser definido por:

Seja $P = \{ p_i (X_i, Y_i), i=1, n \}$ um conjunto de pontos amostrados e $T = \{ \Delta p_i, p_j, p_k \mid p_i, p_j, p_k \in P \}$ uma triangulação qualquer. T será uma triangulação de **Delaunay** de P se e somente se em cada triângulo $\Delta p_i, p_j, p_k \in T$ não existirem pontos internos ao circuncírculo p_i, p_j, p_k ou ao círculo definido pelos pontos p_i, p_j, p_k . A figura 41 mostra de forma mais clara esta propriedade.

FIGURA 41 - Propriedade do circuncírculo na definição de triângulos de Delaunay



O algoritmo para geração da triangulação de Delaunay em um conjunto de pontos amostrados é apresentado em (PETTTINATI, 1983).

2.10.4.2 Malha regular

A malha regular é um modelo digital que aproxima a superfície real através de um poliedro de faces retangulares. Os vértices dos retângulos podem ser os próprios pontos amostrados por perfilagem regular ou obtidos por um processo de interpolação, caso se tenha pontos amostrados de modo não regular.

Uma das considerações importantes a respeito da grade regular é o espaçamento a ser estabelecido entre os seus elementos. Valor excessivamente pequeno proporciona um aumento na fidelidade do modelamento em regiões de comportamento irregular, mas nada oferece em regiões regulares, com aumento significativo de tempo de processamento. Por outro lado, um valor grande, diminui o tempo de processamento, mas perde a fidelidade em regiões de comportamento irregular.

Em certas aplicações a malha regular apresenta vantagens, quando comparada com a malha triangular, mas em outras a malha triangular é superior. Para atender as diversas tarefas, os sistemas de D.T. M. apresentam ambas as soluções, ficando para o

usuário a opção da escolha do método, que se dá, geralmente, em função do tipo de trabalho a ser realizado.

Um dos procedimentos mais empregados em várias aplicações de modelamento é a obtenção da malha regular a partir da malha triangular. Isto ocorre devido as dificuldades de amostragem de uma malha regular tanto nos equipamentos fotogramétricos analógicos como nos levantamentos topográficos convencionais.

2.10.4.3 Funções de interpolação

O modelamento de uma superfície não consiste somente na construção de um modelo digital poliédrico. O sistema deverá possuir algoritmos de interpolação de valores de “alturas”, em posições não correspondentes aos pontos amostrados. Os algoritmos devem conter certas condições de contorno, baseadas no princípio de que o comportamento de uma superfície contínua possa ser derivada do comportamento conhecido de posições próximas (PETTTINATI, 1983). Geralmente, são empregados processos de interpolação que utilizam-se de uma vizinhança ilimitada de pontos, denominada de **global**, ou uma vizinhança limitada que é conhecida como **local**.

2.10.4.3.1 Métodos baseados em vizinhança global

Este método é facilmente compreendido, pois o interpolante é dependente de todos os pontos amostrados na superfície. A inclusão, retirada ou alteração das coordenadas de qualquer ponto propaga-se por toda a região de interesse. A influência de cada ponto no algoritmo é ponderada pela distância que o mesmo se encontra do ponto a ser interpolado.

Dentre as principais funções de interpolação conhecidas, podemos apresentar a seguinte divisão:

- a) Funções que interpolam a partir de superfícies matemáticas;
- b) Funções que interpolam a partir de pontos discretos.

2.10.4.3.1.1 Funções que interpolam a partir de superfícies matemáticas

Neste caso, usualmente, emprega-se polinômios bivariados, onde a altura é dada em função das coordenadas planimétricas do ponto a interpolar.

$$Z(x,y) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} a_{ij} x^i y^j \quad (76)$$

Z = Coordenada altimétrica;

n = Grau do polinômio;

a_{ij} = Parâmetros do polinômio;

x, y = Coordenadas planimétricas.

Conforme (DESTRI, 1987, p. 42), o número N de coeficientes num polinômio de grau n é dado por:

$$N = (n+1).(n+2) / 2 \quad (77)$$

Para cada ponto amostrado, tem-se uma equação. Com N pontos conhecidos determina-se os parâmetros do polinômio. Teoricamente, sempre é possível passar uma superfície por um conjunto de N pontos.

Na prática, algumas considerações devem ser observadas:

- a) Um número grande de pontos amostrados requer um polinômio de grau elevado, exigindo computadores com grande capacidade de memória para determinação dos parâmetros;
- b) Polinômios de graus elevados apresentam dificuldades na determinação dos parâmetros;
- c) Polinômios de graus elevados possuem o inconveniente de falsearem completamente a superfície em locais onde a densidade de pontos amostrados é menor;
- d) A determinação dos parâmetros, sem um processo que possibilite a detecção de erros grosseiros, pode levar a uma superfície inconsistente com a realidade física.

A utilização de polinômio de terceiro grau, nas aplicações práticas deste tipo de modelamento, tem apresentado bons resultados. A formulação matemática deste polinômio pode ser dada por:

$$Z(x,y) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^{3-i} a_{ij} x^i y^j \quad (78)$$

Os parâmetros são determinados por ajustamento de mínimos quadrados, cuja solução é dada no item (2.2.3).

2.10.4.3.1.2 Funções que interpolam a partir de pontos discretos

Estas funções são baseadas na média ponderada. A mais aplicada neste caso é o método da distância inversa ponderada que aproxima a superfície por uma função $F(X,Y)$. Conforme (PETTINATI, 1983, p. 2-16), tem-se:

$$F(X,Y) = \frac{\sum_{k=1}^n \omega_k \cdot f(k)}{\sum_{k=1}^n \omega_k} \quad , \text{para } (X,Y) \neq (X_k, Y_k) \quad (79)$$

$$F(X,Y) = f(k) \quad , \text{para } (X,Y) = (X_k, Y_k) \quad (80)$$

$$\omega_k = d_k^\mu \quad (81)$$

$$d_k = \sqrt{(X - X_k)^2 + (Y - Y_k)^2} \quad (82)$$

O valor de μ geralmente é tomado como sendo igual a -2, entretanto em muitos casos utiliza-se $\mu = -4$, pois nem sempre o valor -2 é adequado, por atribuir influência grande nos pontos afastados.

Um dos inconvenientes desta metodologia é o aparecimento de áreas planas ao redor de cada ponto amostrado. Isto se dá pelo fato das derivadas de primeira ordem da função em relação a X e Y serem iguais a zero.

Este problema pode ser atenuado com a utilização do seguinte modelo alternativo:

$$F(X,Y) = \frac{\sum_{k=1}^n \omega_k \cdot L(k)}{\sum_{k=1}^n \omega_k} \quad , \text{para } (X,Y) \neq (X_k, Y_k) \quad (83)$$

$$F(X,Y) = f(k) \quad , \text{para } (X,Y) = (X_k, Y_k) \quad (84)$$

$$L(k) = f(k) + \partial f / \partial X|_k \cdot (X - X_k) + \partial f / \partial Y|_k \cdot (Y - Y_k) \quad (85)$$

Os valores das derivadas parciais da função em relação a X e Y nos pontos amostrados, devem ser obtidos por um procedimento aproximativo. O mais empregado é o de ajustar por M.M.Q. uma superfície quádrlica no ponto k e pontos vizinhos a este, e utilizar as derivadas parciais deste modelo.

2.10.4.3.2 Métodos locais

Os métodos locais trabalham com um número de pontos que definem uma pequena área de ação do algoritmo de interpolação. Uma alteração qualquer nos pontos modifica somente a vizinhança desta área. A dificuldade neste método está em definir adequadamente os limites desta vizinhança.

Um dos algoritmos mais empregados para a interpolação nos procedimentos locais é o que utiliza técnicas de elementos finitos. Conhecido como método de interpolação de Akima. Ver (AKIMA, 1974) e (AKIMA, 1978). Consiste em aproximar as células de um modelo digital triangular, por um polinômio bivariado de quinto grau.

$$Z(x,y) = \sum_{i=0}^5 \sum_{j=0}^{5-i} a_{ij} x^i y^j \quad (86)$$

Este polinômio possui vinte e um (21) parâmetros que são determinados, inequivocamente com a resolução de um sistema de equações, com informações somente do triângulo em que o ponto a interpolar está contido. Estas informações são obtidas da seguinte forma:

Para cada ponto do triângulo tem-se a altura Z e as derivadas parciais $\partial Z/\partial X$, $\partial Z/\partial Y$, $\partial^2 Z/\partial X^2$, $\partial^2 Z/\partial Y^2$, $\partial^2 Z/\partial XY$, resultando dezoito (18) equações. As três restantes, necessárias para a resolução do sistema, são obtidas pela derivada normal $\partial Z/\partial n$, relativas ao ponto central de cada lado do triângulo.

O ponto básico neste método está em como estimar as derivadas parciais da superfície em cada ponto do triângulo. **PETTINATI, 1983**, recomenda que sejam estimadas a partir de superfícies quádricas, ajustadas por M.M.Q., nos pontos mais próximos de cada vértice. E no caso das derivadas normais que as mesmas sejam aproximadas por uma função cúbica ao invés de serem calculadas explicitamente (**BELL, 1969**).

3.0 MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 MATERIAIS EMPREGADOS

Para verificar a técnica de monorestituição digital de aerofotos, apresentada neste trabalho, utilizou-se de um conjunto de aerofotos de diferentes câmaras aéreas, com variação de escalas, tipos de regiões de recobrimento aerofotogramétrico e características de relevo, variando de conformação relativamente plana a “severamente” acidentada. Variou-se também a forma de obtenção da informação altimétrica em cada região.

As aerofotos foram transformadas de forma analógica para digital no “scanner” de precisão óptica e geométrica, marca LEICA/HELAVA, modelo DSW-100, de propriedade da Empresa Esteio Engenharia e Aerolevantamentos, específico para a digitalização matricial de aerofotos métricas de aplicação em trabalhos de mapeamento fotogramétrico digital. A resolução óptica empregada foi de 1000 D.P.I, resultando para cada aerofoto digital um arquivo magnético de aproximadamente 82 “Mbytes”. A menor discriminação da imagem (“pixel”) tem dimensão linear aproximada de 0.025 mm.

A seguir são descritas as características dos recobrimentos aéreos empregados nos procedimentos práticos deste trabalho.

3.1.1 Campo de calibração de câmaras aéreas

São aerofotos tomadas do campo de calibração de câmaras aéreas, existente na região da Serra de São Luiz do Purunã - Paraná (estrada que liga as cidades de Campo Largo a Ponta Grossa). Esta pequena região apresenta, para adequação dos procedimentos de calibração, um relevo “severamente” acidentado. Em certas posições

do campo tem-se variações abruptas da altitude de até 300 metros. Tal característica dificulta a aplicação dos procedimentos de modelamento de superfícies, entretanto para uma melhor avaliação das técnicas de monorestituição digital de aerofotos, tem-se espalhado por toda a região do campo, um conjunto de trinta e seis (36) pontos pré-sinalizados com coordenadas planialtimétricas no referencial topográfico local, determinado com elevada precisão por técnica de aerotriangulação analítica.

Para a obtenção das informações altimétricas da região, para fins de modelamento matemático de superfícies, realizou-se o procedimento de perfilagem de modelo no equipamento fotogramétrico analítico WILD BC-3, com espaçamento entre perfis e pontos no terreno de trinta (30) metros. Desta perfilagem resultou uma malha irregular com 16.087 pontos com coordenadas planialtimétricas no referencial geodésico local.

3.1.1.1 Características geométricas das aerofotos utilizadas

- Tipo de Câmara: WILD RC 08;
- Tipo de cone: Grande angular;
- Dimensão do quadro do negativo: 230 x 230 mm;
- Distância focal calibrada: 152,659 mm;
- Número de marcas fiduciais: 08;
- Número de aerofotos: 03;
- Escala média das aerofotos: 1/12000;
- Coordenadas das marcas fiduciais no referencial fiducial;

Identificação da marca	Coordenada X	Coordenada Y
01	-105,993	-105,983
02	106,016	106,016
03	-105,988	106,018
04	106,003	-105,983

05	-109,991	0,020
06	110,001	0,009
07	0,009	110,015
08	-0,005	-109,979

-Coordenadas do ponto principal no referencial fiducial;

$$x_o = 0,001 \text{ mm}$$

$$y_o = 0,013 \text{ mm}$$

- Coeficientes de distorção radial simétrica;

$$k_0 = 2,4000000\text{E-}04$$

$$k_1 = -3,66027912\text{E-}08 \text{ mm}^{-2}$$

$$k_2 = 9,29767182\text{E-}13 \text{ mm}^{-4}$$

$$k_3 = 1,15910575\text{E-}17 \text{ mm}^{-6}$$

- Coeficientes da distorção descentrada;

$$P_1 = 2,04692873\text{E-}07 \text{ mm}^{-2}$$

$$P_2 = -2,16678804\text{E-}07 \text{ mm}^{-2}$$

- Parâmetro de correção da refração fotogramétrica;

$$\varepsilon_{45/12000} = -2,99500000\text{E-}04$$

- Valor linear de um “pixel no terreno: 0,30 m.

Para fins de visualização, apresenta-se na figura 42 a aerofoto central do campo de calibração de câmara aérea, empregada nos procedimentos práticos realizados neste trabalho.

FIGURA 42 - Aerofoto central do campo de calibração



3.1.2 Área florestal Banestado

Visando testar a metodologia proposta em áreas de reflorestamento, utilizou-se aerofotos da cobertura aérea de um núcleo florestal da Empresa Banestado Reflorestadora, situada no município de Castro - Paraná. São aerofotos do projeto de mapeamento florestal, realizado pela Empresa Universal Aerofotogrametria S.A., em agosto de 1995. O trabalho cartográfico teve por objetivo a obtenção de mapeamento digital planialtimétrico de talhões e “plotagem” de cartas analógicas na escala de 1/10.000. Para a representação do relevo utilizou-se do traçado de curvas de nível com espaçamento vertical de dez (10) metros.

A aerofoto central da área tem 24 pontos fotogramétricos artificiais (marcas feitas com equipamento fotogramétrico, genericamente denominado de PUG), com coordenadas no referencial geodésico local conhecidas. A região apresenta relevo acidentado, variando de 713 a 1116 metros de altitude.

As informações altimétricas para o modelamento de superfícies foram obtidas das curvas de nível digitais realizadas no mapeamento. Após as devidas transformações resultou uma malha irregular de 11.755 pontos com coordenadas planialtimétricas no referencial geodésico local.

Para avaliar a técnica de monorestituição e modelamento matemático de superfície, foram determinadas com observações no modelo fotogramétrico no aparelho fotogramétrico WILD B-8/S, as coordenadas tridimensionais no referencial geodésico local de trinta e sete (37) pontos fotoidentificáveis.

3.1.2.1 Características geométricas das aerofotos utilizadas

- Tipo de Câmara: WILD RC 10;
- Tipo de cone: Grande angular;
- Dimensão do quadro do negativo: 230 x 230 mm;

- Distância focal calibrada: 152,137 mm;
- Número de marcas fiduciais: 04;
- Número de aerofotos: 03;
- Escala média das aerofotos: 1/25000;
- Coordenadas das marcas fiduciais no referencial fiducial;

Identificação da marca	Coordenada X	Coordenada Y
01	105,993	-105,993
02	105,996	105,996
03	-106,002	106,002
04	-106,006	-106,007

- Coordenadas do ponto principal no referencial fiducial;

$$x_o = -0,007 \text{ mm}$$

$$y_o = 0,020 \text{ mm}$$

- Coeficientes de distorção radial simétrica;

$$k_0 = -1,92800000\text{E-}04$$

$$k_1 = 5,36324700\text{E-}08 \text{ mm}^{-2}$$

$$k_2 = -4,65711483\text{E-}12 \text{ mm}^{-4}$$

$$k_3 = 1,23951032\text{E-}16 \text{ mm}^{-6}$$

- Coeficientes da distorção descentrada;

$$P_1 = -6,83362006\text{E-}07 \text{ mm}^{-2}$$

$$P_2 = -4,25558881\text{E-}07 \text{ mm}^{-2}$$

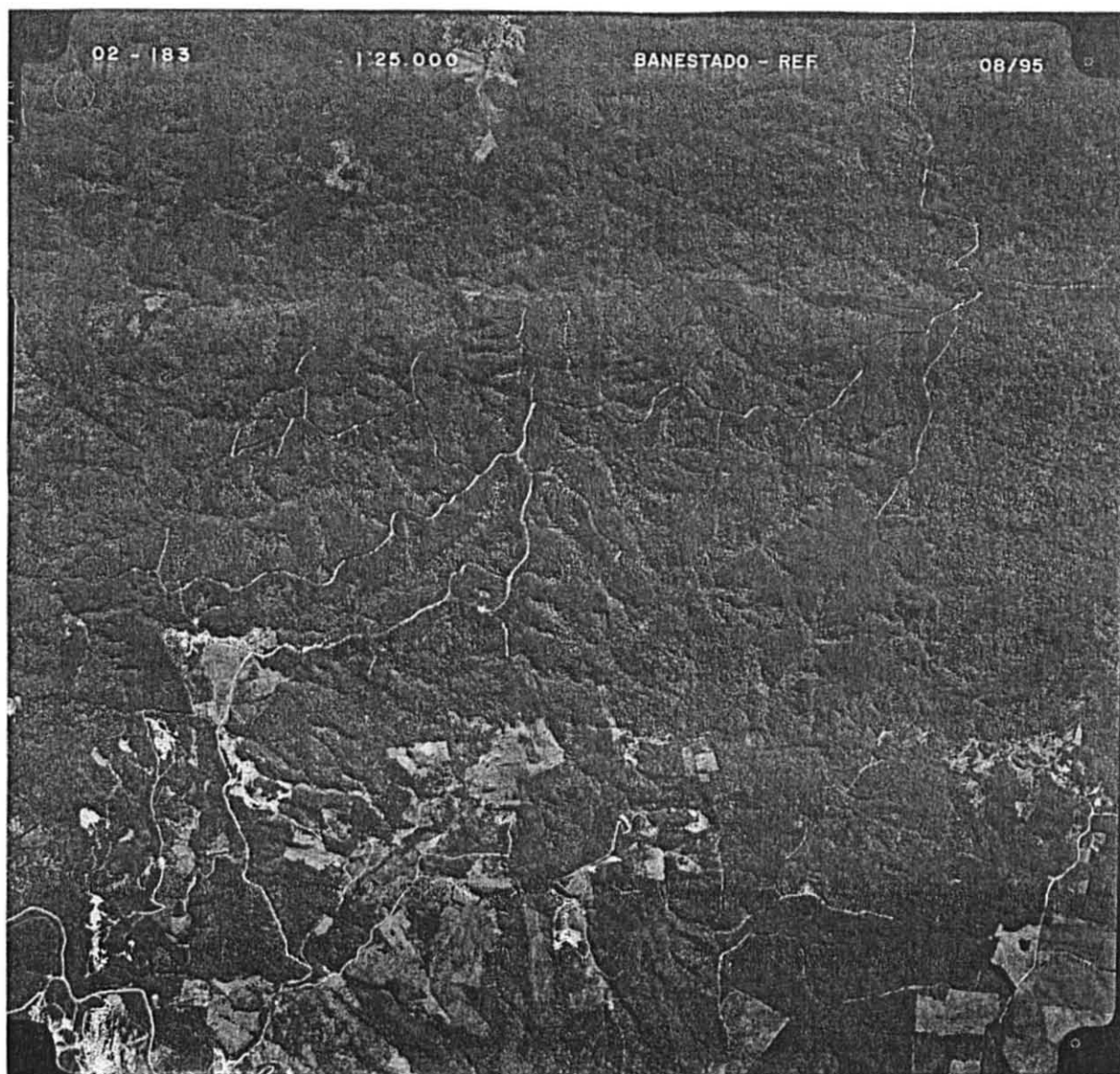
- Parâmetro de correção da refração fotogramétrica;

$$\mathcal{E}_{45/12000} = -4,88780000\text{E-}04$$

- Valor linear de um “pixel” no terreno: 0,625 m.

Para fins de visualização, apresenta-se na figura 43 a aerofoto central da área florestal Banestado, empregada nos procedimentos práticos realizados neste trabalho.

FIGURA 43 - Aerofoto central da área florestal Banestado



3.1.3 Área florestal Suzano

Para melhor testar a metodologia da monorestituição digital, utilizou-se de outro conjunto de aerofotos, tomadas de reflorestamento, com escala média maior que as aerofotos da região Banestado. Trata-se de um conjunto de aerofotos de uma área de reflorestamento da Companhia Suzano de Papel e Celulose, no interior do Estado de São Paulo, tomadas em julho de 1989 para a realização de mapeamento digital planialtimétrico de talhões e “plotagem” de cartas analógicas na escala de 1/10.000, pela Empresa Aerodata Engenharia de Aerolevantamentos S.A.

Para a obtenção das informações altimétricas da região, para fins de modelamento matemático de superfícies, realizou-se o procedimento de perfilagem de modelo no equipamento fotogramétrico analógico WILD B-8/S, com espaçamento de trinta (30) metros entre perfis e de dez (10) metros entre pontos no perfil. Desta perfilagem resultou uma malha irregular com 7.033 pontos com coordenadas planialtimétricas no referencial geodésico local.

Para avaliar a metodologia proposta neste trabalho para a obtenção de informações altimétricas para a modelagem matemática de superfícies, realizou-se o procedimento fotogramétrico denominado de “varredura monoscópica de pontos”, apresentado no item 3.2.1.5.1, obtendo-se para a região uma segunda malha irregular de 783 pontos com coordenadas planialtimétricas no referencial geodésico local que foi denominada de “malha irregular interna”.

As aerofotos possuem um conjunto de dezenove (19) pontos fotogramétricos artificiais com coordenadas no referencial geodésico local. A área recoberta pelas aerofotos apresenta conformação de relevo um pouco menos acidentado, em relação a área da Banestado, tendo variações de altitude entre 680 a 844 metros.

Para avaliar a técnica de monorestituição e modelamento matemático de superfície determinou-se as coordenadas no referencial geodésico local de quarenta e três (43) pontos fotoidentificáveis, através de observações estereofotogramétricas realizadas no modelo fotogramétrico, orientado no restituidor analógico WILD B-8/S.

3.1.3.1 Características geométricas das aerofotos utilizadas

- Tipo de Câmara: Zeiss RMK A;
- Tipo de cone: Grande angular;
- Dimensão do quadro do negativo: 230 x 230 mm;
- Distância focal calibrada: 153,176 mm;
- Número de marcas fiduciais: 04;
- Número de aerofotos: 03;
- Escala média das aerofotos: 1/10000;
- Coordenadas das marcas fiduciais no referencial fiducial;

Identificação da marca	Coordenada X	Coordenada Y
01	112,980	-0,001
02	113,018	-0,002
03	-0,015	112,993
04	-0,012	-112,997

- Coordenadas do ponto principal no referencial fiducial;

$$x_0 = -0,039 \text{ mm}$$

$$y_0 = -0,007 \text{ mm}$$

- Coeficientes de distorção radial simétrica;

$$k_0 = 1,00000000\text{E-}04$$

$$k_1 = 1,63900000\text{E-}23 \text{ mm}^{-2}$$

$$k_2 = -7,55600000\text{E-}13 \text{ mm}^{-4}$$

$$k_3 = 2,09700000\text{E-}17 \text{ mm}^{-6}$$

- Coeficientes da distorção descentrada;

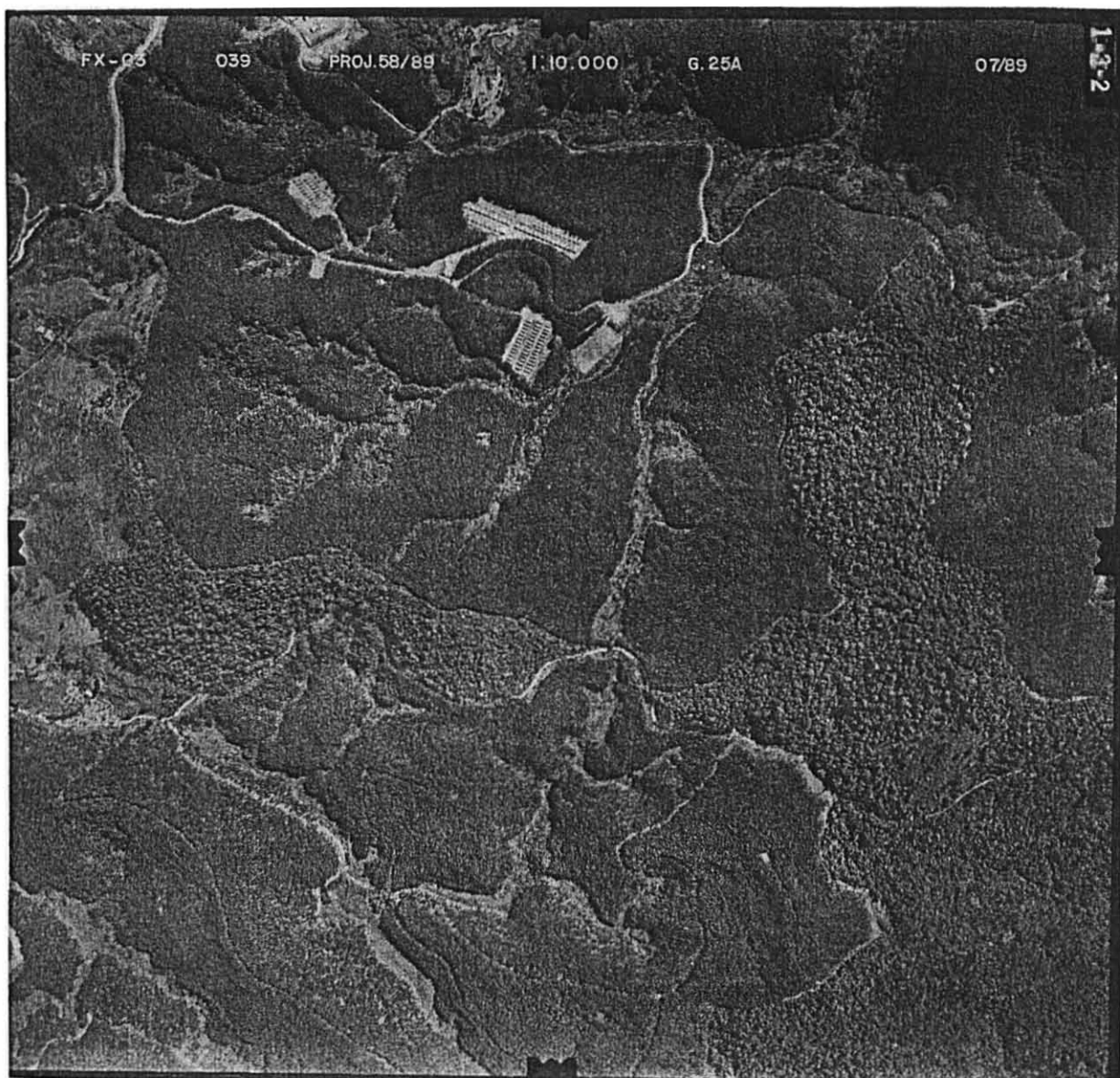
$$P_1 = -1,46200000\text{E-}07 \text{ mm}^{-2}$$

$$P_2 = 2,09700000\text{E-}15 \text{ mm}^{-2}$$

- Valor linear de um “pixel no terreno: 0,25 m.

Para fins de visualização, apresenta-se na figura 44 a aerofoto central da área florestal Suzano, empregada nos procedimentos práticos realizados neste trabalho.

FIGURA 44 - Aerofoto central da área florestal Suzano



3.1.4 Área urbana de Guarapuava

Devido as dificuldades em encontrar um projeto fotogramétrico de mapeamento de área florestal assentada numa região que apresentasse conformação de relevo relativamente plano, utilizou-se um conjunto de aerofotos de uma região urbana da cidade de Guarapuava - Paraná, do projeto de mapeamento cadastral realizado pela Empresa Aeroimagem Aerofotogrametria S.A., em outubro de 1985. A quantidade de entidades planimétricas a serem restituídas de uma imagem fotográfica de área urbana, facilidades visuais e de fotointerpretação, são fatores que colaboraram para o emprego deste tipo de aerofoto neste trabalho.

Para a obtenção das informações altimétricas da região, para fins de modelamento matemático de superfícies, realizou-se o procedimento de perfilagem de modelo no equipamento fotogramétrico analítico WILD BC-3, com espaçamento entre perfis e pontos no perfil de quinze (15) metros. Desta perfilagem resultou uma malha irregular com 13.006 pontos com coordenadas planialtimétricas no referencial geodésico local.

As aerofotos possuem um conjunto de vinte e três (23) pontos fotogramétricos artificiais com coordenadas geodésicas locais determinadas por aerotriangulação e cinquenta e um (51) pontos fotoidentificáveis com coordenadas geodésicas locais determinadas com observações fotogramétricas no modelo orientado no restituidor analítico WILD BC-3. A área recoberta pelas aerofotos apresenta conformação de relevo relativamente plano com variações de altitude entre 1012 a 1051 metros.

3.1.4.1 Características geométricas das aerofotos utilizadas

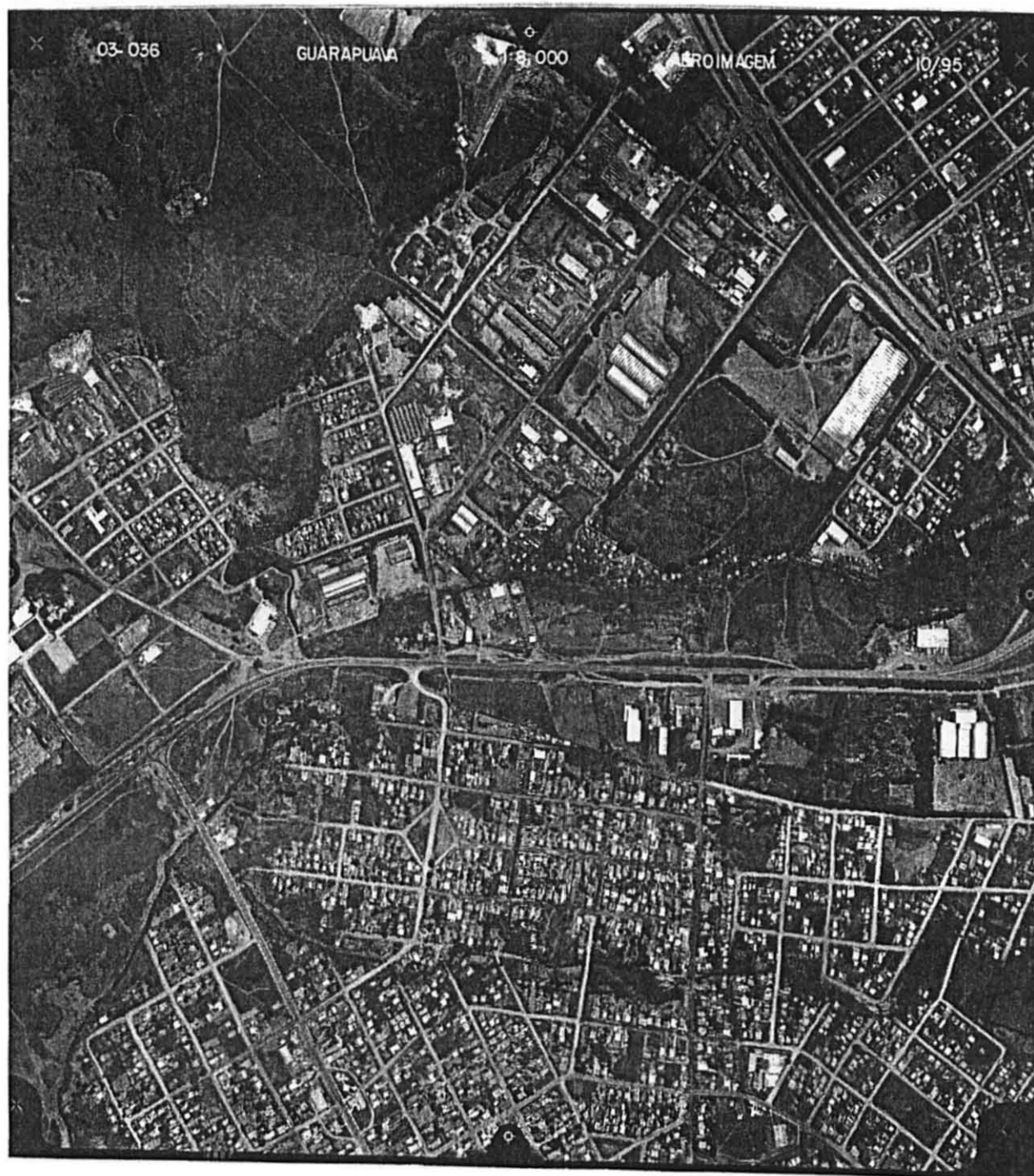
A câmara aerofotogramétrica empregada neste recobrimento aéreo foi a mesma utilizada no recobrimento do campo de calibração de câmaras (item 3.2.1.1).

- Escala média das aerofotos: 1/8000;

- Número de aerofotos: 03;
- Valor linear de um “pixel” no terreno: 0,20 metros.

Para fins de visualização, apresenta-se na figura 45 a aerofoto central da área Urbana Guarapuava, empregada nos procedimentos práticos realizados neste trabalho.

FIGURA 45 - Aerofoto central da área Urbana Guarapuava



3.2 METODOLOGIA

O desenvolvimento da informática em disponibilizar para o usuário comum computadores com grande capacidade de armazenamento de dados e rapidez no processamento, como também a existência de programas eficientes de computação gráfica no domínio “raster” e vetorial, permitiu que a técnica de monorestituição digital de aerofotos vislumbresse aplicações nas áreas das engenharias. Estando esta técnica no domínio puramente analítico, verifica-se de uma maneira geral, que se trata da aplicação de um conjunto de transformações de coordenadas entre os espaços da imagem, superfície do modelo de referência e superfície de projeção.

Para a realização da transformação principal, denominada de “retificação planimétrica”, tem-se a necessidade de modelos matemáticos de interpolação da coordenada altimétrica (Z), apoiados num sistema de modelamento digital de superfícies (D.T.M.).

A seguir são apresentados os procedimentos implantados e testados neste trabalho para alcançar a técnica fotogramétrica denominada de monorestituição digital de aerofotos.

3.2.1 Monorestituição digital de aerofotos

A monorestituição digital pode ser definida como um procedimento fotogramétrico que possibilita a obtenção de mapeamento planimétrico digital a partir da digitalização vetorial (monoscópica) de entidades numa aerofoto.

A fundamentação matemática básica está baseada na proposta apresentada por MAKAROVIC, 1973, que consiste em transformar as coordenadas fotogramétricas (x_p, y_p) , de pontos observados na aerofoto, para o referencial geodésico cartesiano tridimensional local (X_L, Y_L, Z_L) , utilizando-se das equações de colinearidade inversa e de modelamento matemático de superfícies (D.T.M.). Posteriormente, estas

coordenadas são transformadas para o referencial de um sistema de projeção cartográfica para a elaboração do mapeamento digital vetorial num sistema de computação gráfica C.A.D.

Sugestões de utilização, aplicações práticas e variações matemáticas do modelo proposto por **MAKAROVIC, 1973**, dentro do domínio da fotogrametria analítica convencional podem ser encontradas em **(MASRY, 1981)**, **(LUGNANI, 1985)**, **(DAL POZ, 1991)**, **(VILLARREAL, 1992)** e **(DAL POZ, 1993)**.

Utilizando-se de sistemas de computação gráfica (C.A.D.) para a obtenção de pontos necessários à materialização das entidades e suas coordenadas no referencial fotogramétrico, pode-se empregar as técnicas de digitalização vetorial que observa aerofotos analógicas numa mesa digitalizadora ou aerofotos digitais em formato “raster” na tela do vídeo do computador.

Neste trabalho, optou-se por utilizar aerofotos digitais e o sistema de computação gráfica “MicroStation PC” que disponibiliza as ferramentas de “software”, necessárias ao gerenciamento das imagens digitais, como também para a criação e gerenciamento do arquivo gráfico vetorial das entidades gráficas, criadas a partir da digitalização vetorial da aerofoto digital na própria tela do vídeo.

A utilização de imagens digitais em monorestituição digital apresenta grandes vantagens, quanto a precisão e facilidades operacionais, quando comparadas com a utilização de imagens analógicas, pois neste caso a imagem digital é dinâmica, podendo ser ampliada ou reduzida no vídeo, de acordo com as melhores condições visuais para o processo de digitalização vetorial das entidades gráficas.

As etapas fundamentais de trabalho, envolvidas no processo de monorestituição digital de aerofotos em formato “raster”, podem ser descritas como:

- Preparação das aerofotos;
- Orientação interior da aerofoto;
- Orientação espacial aproximada da aerofoto digital;
- Orientação espacial exata da aerofoto digital;
- Obtenção das informações altimétricas da região a ser monorestituída;

- Digitalização vetorial das entidades gráficas de interesse;
- Transformações entre referenciais do espaço imagem, objeto e sistemas de projeção;
- Procedimentos finais para a elaboração da carta.

3.2.1.1 Preparação da aerofoto

A preparação da aerofoto consiste em transformá-la de forma analógica para digital em formato “raster”, conforme apresentado no item 2.1.2.1 e 2.1.2.2, pois até a presente data, não se tem disponível comercialmente uma câmara aérea métrica digital.

Recomenda-se a utilização de “scanner” que tenha resoluções óptica real e geométrica (ver itens 2.1.2.5 e 2.1.2.6) compatíveis com a precisão exigida para a elaboração do mapeamento digital a ser realizado. Para a aplicação dos procedimentos fotogramétricos analíticos, torna-se imprescindível que a imagem digital digitalizada contenha as marcas fiduciais. Esta condição inviabiliza a utilização da maioria dos “scanners” de baixo custo disponíveis no mercado, pois digitalizam no máximo imagens com 215 mm de largura.

3.2.1.2 Orientação interior da aerofoto

A orientação interior consiste em prover um conjunto de parâmetros e transformações matemáticas necessárias à obtenção de fotocoordenadas (x_p, y_p) de pontos digitalizados na aerofoto, com a devida correção dos erros sistemáticos da imagem, conforme apresentado nos itens (2.3.1.3), (2.3.1.4), (2.3.1.5) e (2.5).

Desta forma, a orientação interior pode ser subdividida em três etapas básicas de trabalho:

3.2.1.2.1 Parâmetros geométricos da câmara

O processo de orientação interior analítica necessita dos parâmetros que definem a geometria projetiva da aerofoto digital a ser trabalhada. Estes parâmetros fazem parte do certificado de calibração da câmara aérea, e são os seguintes:

- Distância focal calibrada;
- Número de marcas fiduciais e suas coordenadas no referencial fiducial;
- Coordenadas do ponto principal no referencial fiducial;
- Parâmetros de modelagem da distorção radial simétrica e descentrada;
- Parâmetro da correção da refração fotogramétrica.

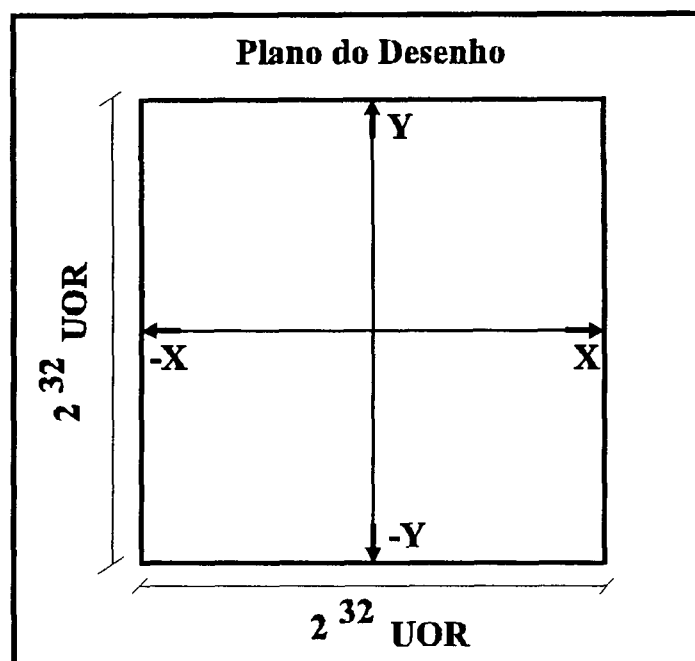
A distância focal calibrada e as marcas fiduciais com suas coordenadas no referencial fiducial são parâmetros imprescindíveis à aplicação da metodologia de monorestituição digital de aerofotos. Os restantes dos parâmetros são utilizados para o refinamento do procedimento e, como veremos mais adiante, na maioria das aplicações podem ser desconsiderados.

3.2.1.2.2 Observações das marcas fiduciais

Esta etapa de trabalho, consistiu em observar as marcas fiduciais da aerofoto digital no sistema de computação gráfica “MicroStation PC”, para a obtenção de suas coordenadas no referencial instrumental, denominado de referencial do plano gráfico. Estas informações são necessárias para a obtenção dos parâmetros do modelo matemático a ser utilizado na transformação do referencial instrumental para referencial fiducial.

O sistema gráfico “MicroStation” para referenciar um ponto no seu plano gráfico (arquivo digital 2D - plano) de desenho utiliza-se de um referencial cartesiano bidimensional destrógiro, com origem global geralmente no centro de área quadrada de 4294967296 UOR (“unit of resolution”), conforme mostrado na figura 46.

FIGURA 46 - Representação do plano de desenho “MicroStation”



O plano de desenho pode ser comparado como uma matriz quadrada de $2^{32} \times 2^{32}$ pontos, sendo um ponto nesta matriz a unidade de posicionamento ou de resolução denominada de UOR. Internamente no programa, para fins de definição da unidade métrica do sistema de desenho, é fornecido um valor de medida conhecida para a menor distância linear entre dois pontos (UOR) (ver MICROSTATION, User's Guide, p. 2-28).

O sistema gráfico “MicroStation”, trabalhando com imagem digital “raster”, fixa a mesma no plano de desenho de forma global, ou melhor, a imagem inteira tem dimensões lineares em termos de unidades de posicionamento. Desta forma, as operações de visualização da imagem no vídeo, no que se refere a ampliação e redução não modifica o referenciamento de um “pixel” da imagem.

Quando se realiza uma ampliação da imagem (Zoom in) torna-se possível observar detalhes pontuais (marcas fiduciais e pontos fotogramétricos artificiais) com maior clareza e precisão. Desta forma, a precisão da observação de um detalhe

planimétrico na tela do computador é função basicamente da configuração do vídeo/placa gráfica e do tamanho do “pixel”.

Para facilitar a análise estatística da determinação dos parâmetros do modelo matemático, empregado na transformação de coordenadas entre o referencial de medida “MicroStation” e fiducial, como também na verificação das deformações existentes na imagem digital, optou-se por obter as coordenadas observadas, em unidades de posicionamento UOR e transformá-las para unidade métrica milímetros, com o seguinte procedimento:

$$\text{Coordenadas em milímetros} = \text{cof} \cdot \text{Coordenadas em UOR} \quad (87)$$

$$\text{cof} = \frac{d(\text{mm})}{D(\text{UOR})} \quad (88)$$

$d(\text{mm})$ = Distância euclidiana entre duas marcas fiduciais no referencial fiducial;

$D(\text{UOR})$ = Distância euclidiana entre duas marcas fiduciais no referencial de medida “MicroStation”.

Após a leitura das marcas fiduciais no referencial de medida, determina-se o coeficiente de transformação. Esta foi a forma desenvolvida para ter as observações em milímetros, devido a impossibilidade de obtê-las diretamente no programa “MicroStation” numa unidade conhecida, pois a imagem digital geralmente não fica posicionada no plano de desenho com a mesma correspondência entre UOR e tamanho de “pixel” na aerofoto.

3.2.1.2.3 Determinação de parâmetros de transformação e análise de resultados

Tendo-se as coordenadas das marcas fiduciais nos referenciais instrumental em milímetros (observadas) e fiducial (certificado de calibração da câmara), determina-se com técnicas de ajustamento, os parâmetros do modelo matemático adotado para a transformação de coordenadas no referencial instrumental para fiducial.

Modelos matemáticos empregados nesta transformação e forma de ajustamento para a determinação de parâmetros são apresentados no item (2.3.1.3).

Após a determinação dos parâmetros da transformação matemática adotada, deve-se realizar a análise dos resíduos e da matriz variância e covariância provenientes do ajustamento, verificando-se a qualidade do modelo adotado em parametrizar as diferenças físicas existentes entre os referenciais, como também se a precisão obtida encontra-se dentro do esperado no processo.

3.2.1.2.4 Transformações matemáticas e correções dos erros sistemáticos nas observações fotogramétricas

Tendo-se os parâmetros geométricos da imagem fotográfica, transformação matemática e seus parâmetros previamente determinados, é possível transformar qualquer ponto observado na aerofoto no referencial de medida, para o referencial fiducial e deste para o referencial fotogramétrico.

As deformações geométricas existentes na imagem digital são modeladas com a aplicação do modelo matemático utilizado na transformação entre os referenciais. A qualidade desta modelagem é função da transformação matemática empregada (ver item 2.3.1.3). A correção dos outros erros sistemáticos (distorção de lentes e refração fotogramétrica), dependendo da aplicação, podem ser corrigidos com os procedimentos apresentados no item (2.5). Entretanto, na maioria dos trabalhos de monorestituição, verifica-se que a correção dos erros sistemáticos pode ser desprezada, pois a

imprecisão altimétrica existente no modelamento matemático de superfícies, acarreta uma parcela de erro muito maior nas coordenadas do ponto.

3.2.1.3 Orientação espacial aproximada da aerofoto digital

Orientação espacial aproximada da aerofoto consiste em determinar um modelo matemático aproximado para ser empregado na transformação de coordenadas fotogramétricas (x_p, y_p) em coordenadas planas no referencial geodésico local e realizar a verificação de possíveis erros grosseiros nos pontos de apoio. Não se tem uma transformação matemática linear, aplicada de forma direta, que possa modelar os efeitos causados pelo deslocamento da imagem em função do relevo na projeção central. A transformação linear projetiva no plano, pode aproximar a superfície e apresentar resultados satisfatórios para as necessidades da aplicação, principalmente quando se tratar de região não muito acidentada. Esta transformação pode ser dada por:

$$\begin{aligned} X_L &= \frac{a1.x_p + a2.y_p + a3}{a4.x_p + a5.y_p + 1} \\ Y_L &= \frac{a6.x_p + a7.y_p + a8}{a4.x_p + a5.y_p + 1} \end{aligned} \quad (89)$$

(X_L, Y_L) = Coordenadas de pontos no referencial geodésico local;

(x_p, y_p) = Coordenadas de pontos no referencial fotogramétrico;

$(a1, a2, a3, a4, a5, a6, a7, a8)$ = Parâmetros da transformação.

Para a determinação destes parâmetros são necessários pontos fotogramétricos com coordenadas nos referenciais geodésicos locais e fotogramétricos conhecidos. Para tanto, tem-se três etapas básicas de trabalho:

3.2.1.3.1 Obtenção de coordenadas geodésicas locais dos pontos fotogramétricos marcados na aerofoto

Devem ser fornecidos as coordenadas geodésicas locais dos pontos fotogramétricos que serão utilizados no ajustamento para a determinação dos parâmetros da transformação projetiva.

3.2.1.3.2 Observações de pontos fotogramétricos

Consiste em observar monoscopicamente os pontos fotogramétricos nas aerofotos, conforme metodologia apresentada no item 3.2.1.2.2. Tendo-se as coordenadas dos pontos fotogramétricos no referencial de medida, obtêm-se as coordenadas no referencial fotogramétrico, de acordo com os procedimentos apresentados no item (3.2.1.2.4).

3.2.1.3.3 Determinação dos parâmetros da transformação

Tendo-se as coordenadas dos pontos fotogramétricos nos referenciais fotogramétrico e geodésico local, determina-se com técnicas de ajustamento, os parâmetros da transformação projetiva, de acordo com procedimento apresentado no item 2.2.3. Para facilitar o processo de ajustamento, admite-se como valores observados as coordenadas no referencial local e as coordenadas no referencial fotogramétrico como valores exatos (variância nula). Esta simplificação no processo não traz nenhum inconveniente ao procedimento, pois trata-se de uma aplicação de transformação aproximada, sem necessidade de rigor na análise dos resultados obtidos.

3.2.1.4 Orientação espacial exata da aerofoto digital

Orientação espacial exata da aerofoto digital é considerada neste trabalho como o procedimento empregado na determinação dos parâmetros de orientação exterior da aerofoto $(\chi, \varphi, \omega, X_o, Y_o, Z_o)$.

Utilizando-se das informações obtidas no item 3.2.1.3 (coordenadas dos pontos fotogramétricos no referencial fotogramétrico e referencial geodésico local) tem-se os pré-requisitos necessários a aplicação do procedimento apresentado no item 2.7, para a determinação dos parâmetros com técnicas de ajustamento. Por se tratar de uma determinação criteriosa de parâmetros, para serem utilizados em outra transformação exata, é fundamental a realização de análise estatística a respeito das precisões obtidas na determinação dos parâmetros, pois é a partir deles que a retificação planimétrica é realizada.

3.2.1.5 Obtenção das informações altimétricas da região a ser monorestituída

Conforme já mencionado, as informações necessárias para o modelamento matemático de superfícies podem ser obtidas de várias fontes de dados. Entretanto, para se ter um sistema de monorestituição digital completo, independente de procedimentos externos para conseguir informações altimétricas, desenvolveu-se neste trabalho um procedimento fotogramétrico para a determinação altimétrica de pontos, denominado de “varredura monoscópica de pontos”.

3.2.1.5.1 Varredura monoscópica de pontos

Aproveitando-se das informações obtidas nas orientações realizadas nas aerofotos e tendo a possibilidade de observar no vídeo do computador as duas

aerofotos homólogas que formam o modelo estereoscópico, desenvolveu-se o procedimento fotogramétrico denominado de “varredura monoscópica de pontos”.

O processo consiste em observar monoscopicamente, detalhes fotoidentificáveis que são visíveis nas duas imagens. Este procedimento permite obter pontos homólogos e suas coordenadas fotogramétricas (x_p, y_p, x'_p, y'_p) . Deve ser observado um conjunto de pontos que mostre matematicamente o comportamento altimétrico da região a ser monorestituída.

Agrupando-se o conjunto de pontos fotoidentificáveis em ambas as fotos com as observações dos pontos fotogramétricos que aparecem nas duas fotos, realiza-se a formação analítica do modelo fotogramétrico, conforme procedimento apresentado no item 2.8.

Tendo-se o modelo formado analiticamente, obtém-se um conjunto de pontos com coordenadas tridimensionais no referencial de modelo $(X_m Y_m Z_m)$. Deste conjunto tem-se um subconjunto de pontos (pontos fotogramétricos) que possuem coordenadas no referencial geodésico local $(X_L Y_L Z_L)$. Estas informações possibilitam a orientação absoluta do modelo fotogramétrico, conforme mostrado no item 2.9. Desta forma tem-se o conjunto de pontos fotoidentificáveis no referencial geodésico local.

A formação analítica do modelo fotogramétrico apresenta fraca geometria na determinação das coordenadas tridimensionais do ponto. A posição de um ponto no modelo se dá matematicamente, na interseção de dois raios homólogos. Portanto, existindo erro de posicionamento na direção do eixo X, o procedimento matemático considera o mesmo como sendo uma paralaxe horizontal e compensa o deslocamento na coordenada altimétrica Z. Por outro lado, existindo erro de posicionamento na direção Y, a detecção do erro geralmente ocorre, por ser considerado como uma paralaxe vertical.

3.2.1.6 Digitalização vetorial das entidades gráficas de interesse

Nesta fase de trabalho são digitalizadas as entidades cartográficas de interesse, a partir da aerofoto digital posta no vídeo do computador . O sistema de computação gráfica (C.A.D.) “MicroStation”, disponibiliza as ferramentas gráficas necessárias à produção do arquivo gráfico digital na forma vetorial, como também o gerenciamento, manipulação e edição das entidades já digitalizadas.

Ao término da digitalização vetorial da aerofoto, tem-se um arquivo gráfico vetorial em formato binário, onde todas as entidades encontram-se materializadas no referencial de desenho.

A estrutura do arquivo gráfico vetorial em formato binário é apresentado em **(MICROSTATION - Development and Support Guide, p. A-1)**.

3.2.1.7 Transformações entre referenciais do espaço imagem, espaço objeto e do sistema de projeção

Tem-se por objetivo, nesta fase de trabalho, a retificação do arquivo gráfico vetorial (formato binário) obtido com o processo de digitalização vetorial das entidades, conforme apresentado no item 3.2.1.6.

O arquivo gráfico proveniente da digitalização vetorial planimétrica da aerofoto digital com o programa C.A.D. “MicroStation”, tem todas as entidades materializadas na estrutura digital de dados vetorial (basicamente, tem um conjunto de pontos com coordenadas no referencial de desenho em UOR). Pode-se dizer que o arquivo vetorial encontra-se numa projeção central, pois foi “copiado” de uma aerofoto digital em projeção central, sem nenhuma retificação.

O que se propõe, nesta fase de trabalho é a geração de um segundo arquivo vetorial (em projeção ortogonal) a partir do primeiro. Para tanto, os pontos que

definem as entidades gráficas são transformados para o referencial geodésico local e posteriormente para o referencial do sistema de projeção adotado.

Para melhor entendimento do processo de retificação do arquivo, tem-se duas fases de trabalho:

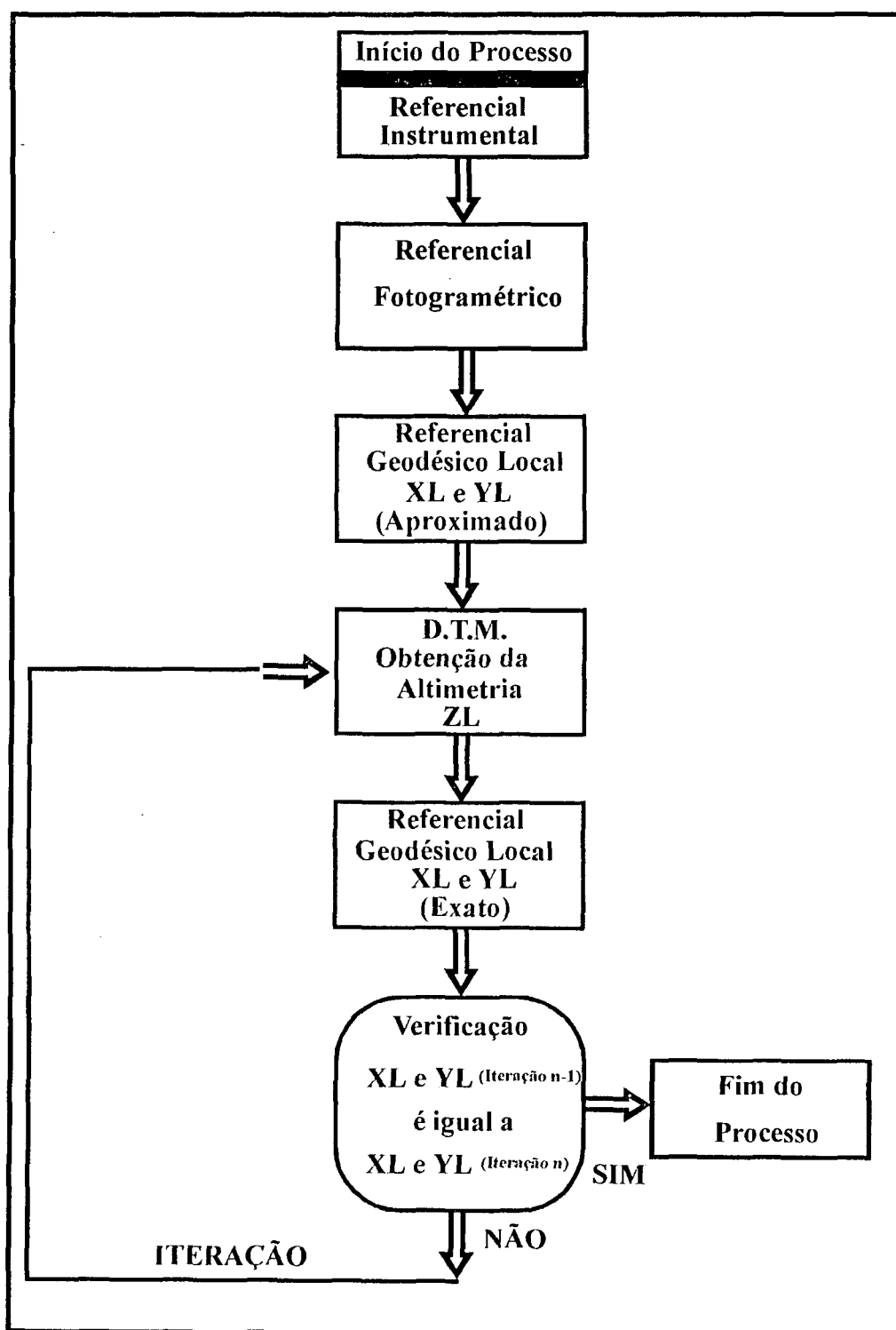
- Transformação de um ponto digitalizado na aerofoto digital no referencial de desenho para o referencial geodésico local;
- Transformação de ponto no referencial geodésico local para o sistema de projeção adotado.

3.2.1.7.1 Transformação de um ponto digitalizado na aerofoto digital no referencial de desenho para o referencial geodésico local

O procedimento adotado neste trabalho, não possibilita que esta transformação ocorra com a aplicação direta de um simples modelo matemático, sendo somente possível através de um processo iterativo. O procedimento matemático básico consiste na aplicação das equações de colinearidade inversa (57) e modelamento matemático de superfícies dentro de um fluxo iterativo de transformações, que determina as coordenadas planas devidamente correlacionada com a coordenada altimétrica que foi determinada em função das planimétricas.

O fluxo de trabalho necessário para a realização deste tipo de transformação é apresentado na figura 47.

FIGURA 47 - Fluxo de trabalho necessário à transformação de coordenadas instrumentais para geodésicas locais



3.2.1.7.1.1 Fases de trabalho necessárias para a transformação de um ponto digitalizado para o referencial geodésico local

Fase Nº 1 - Início do Processo

Um ponto de uma entidade gráfica, obtido por digitalização vetorial monoscópica da aerofoto, tem suas coordenadas no referencial de desenho (x_i, y_i)

Fase Nº 2 - Coordenadas Fotogramétricas

As coordenadas no referencial do desenho (x_i, y_i) do ponto digitalizado, são transformadas para o referencial fiducial (x_f, y_f) e posteriormente para o referencial fotogramétrico (x_p, y_p) , conforme apresentado no item 3.2.1.2.4.

Fase Nº 3 - Coordenadas Planas Aproximadas

As coordenadas fotogramétricas (x_p, y_p) do ponto digitalizado, são transformadas para coordenadas geodésicas locais planas aproximadas, com a utilização da transformação linear projetiva plana, determinado no item 3.2.1.3.

Fase Nº 4 - Coordenada Altimétrica

Tendo-se as coordenadas geodésicas locais planas aproximadas, determina-se no modelo digital de superfície (D.T.M.) a coordenada altimétrica do ponto (Z_L) .

Fase Nº 5 - Coordenadas Planas Exatas

Tendo-se as coordenadas fotogramétricas do ponto digitalizado (x_p, y_p) e coordenada altimétrica aproximada (Z_L) , utilizando-se das equações de colinearidade inversa (57), determina-se as coordenadas geodésicas planas do ponto digitalizado (X_L, Y_L) .

Trata-se da aplicação de um modelo matemático, parametricamente correto para a transformação de coordenadas fotogramétricas (x_p, y_p) em coordenadas geodésicas locais planas (X_L, Y_L) , desde que se tenham os parâmetros de orientação exterior da aerofoto e coordenada altimétrica do ponto no referencial geodésico local, corretamente determinados nas etapas anteriores.

Fase N° 6 - Processo Iterativo

Apesar das equações de colinearidade inversa, viabilizarem a correta determinação das coordenadas planimétricas, verifica-se que a determinação realizada na fase N° 5 é imprecisa, pois a coordenada altimétrica do ponto foi obtida a partir de interpolação matemática no D.T.M., com valores aproximados de coordenadas planimétricas determinadas na fase N° 3.

Os valores de coordenadas planimétricas, determinadas na fase N° 5, são mais precisas que as determinadas na fase N° 3. Então, estas novas coordenadas planimétricas são utilizadas para o cálculo de nova coordenada altimétrica, mais precisa, no D.T.M.. Com esta nova informação altimétrica, determina-se outra coordenada planimétrica com as equações de colinearidade inversa, que são mais precisas que as determinadas anteriormente.

As fases de cálculo que determinam as coordenadas altimétricas no D.T.M. (fase N° 4), e coordenadas planimétricas com as equações de colinearidade inversa (fase N° 5) são repetidas até que a diferença entre as coordenadas planimétricas calculadas na iteração n e iteração $(n-1)$ seja compatível com a precisão adotada nos trabalhos.

A convergência neste tipo de transformação, ocorre geralmente na terceira ou quarta iteração. A figura 48 mostra a convergência do processo.

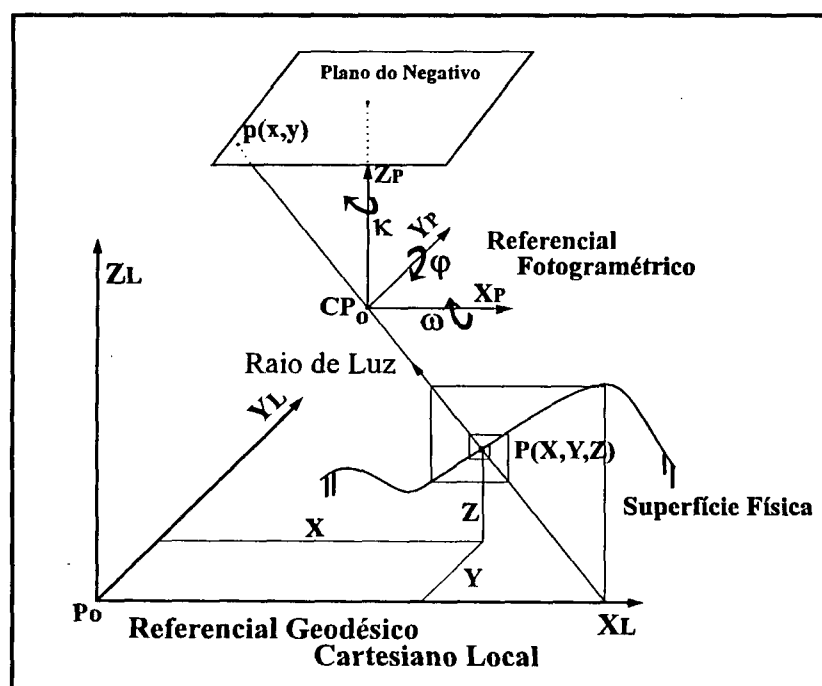
Fase N° 7 - Nova Iteração

O início de nova iteração ocorre quando a diferença entre as coordenadas planas, calculadas entre duas iterações consecutivas estão acima das precisões que foram definidas.

Fase N° 8 - Fim Do Processo

Ocorre quando a diferença entre as coordenadas planas, calculadas entre duas iterações consecutivas estão dentro das precisões que foram definidas.

FIGURA 48 - Convergência do processo iterativo



3.2.1.7.2 Transformação do ponto no referencial geodésico local para o sistema de projeção adotado.

Nas etapas de trabalhos anteriores, foram estabelecidos os procedimentos matemáticos e fotogramétricos, necessários a transformação das coordenadas do ponto,

digitalizados no referencial de desenho (x_i, y_i) , para o referencial geodésico cartesiano tridimensional local (X_L, Y_L, Z_L) .

Para a elaboração de um mapeamento digital, torna-se imprescindível que os pontos que materializam as entidades gráficas tenham suas coordenadas no referencial ligado a um sistema de projeção cartográfica.

Os sistemas de projeção conforme de Gauss, particularmente a projeção U.T.M. (Universal Transverso Mercator), tem sido amplamente utilizada na maioria dos trabalhos cartográficos realizados no país.

A transformação de coordenadas do ponto no referencial geodésico cartesiano tridimensional local (X_L, Y_L, Z_L) para o sistema de projeção U.T.M. (E, N) não se dá de forma direta. Inicialmente, transformam-se as coordenadas locais para o referencial geodésico cartesiano tridimensional (X, Y, Z) , e destas para coordenadas geodésicas elipsoidais (φ, λ, H) , conforme procedimentos apresentados nos itens (2.3.2). Por último, as coordenadas geodésicas elipsoidais (φ, λ) são transformadas para o sistema de projeção U.T.M. (E, N) , de acordo com a metodologia apresentada no item (2.3.3).

3.2.1.8 Procedimentos finais para a elaboração da carta planimétrica

A realização de um mapeamento digital consiste, geralmente, na elaboração de cartas com dimensões pré-determinadas de latitude e longitude (sistematização). Como já visto, a monorestituição digital restitui planimetricamente uma aerofoto e quase que sempre esta porção mapeada não corresponde a região delimitada de uma carta.

Esta fase de trabalho, genericamente denominada de “edição gráfica”, consiste em agrupar os arquivos digitais restituídos de cada aerofoto, num único arquivo gráfico e, a partir deste, obter as cartas da sistematização adotada. Realiza-se também nesta

fase a correção das imperfeições existentes nas entidades restituídas, tais como: fechamento de polígonos, acerto de quebras de elementos lineares e suavização de elementos curvilíneos. Em cada carta são colocados o reticulado geográfico, reticulado do sistema de projeção adotado e toponímias existentes. Por último adiciona-se o arquivo gráfico referente a legenda, obtendo-se a carta planimétrica final.

3.2.2 Interpolação Altimétrica

A técnica de monorestituição digital de aerofotos, desenvolvida neste trabalho, necessita de um sistema de modelamento matemático de superfícies para a determinação da coordenada altimétrica (Z) do ponto a ser retificado. Por outro lado, um sistema de modelamento de superfície exige algoritmos matemáticos capazes de interpolar a coordenada altimétrica dentro das precisões necessárias à retificação das coordenadas planimétricas do ponto.

Neste trabalho, foram desenvolvidos e testados quatro algoritmos matemáticos de interpolação, baseado sempre numa vizinhança restrita de pontos, independente ou dependente de uma estrutura de dados (triangulação). Implementou-se também, em dois algoritmos de interpolação a condição matemática de continuidade das superfícies geradas em cada ponto interpolado.

3.2.2.1 Polinômio de 3º grau

Neste caso, procurou-se implementar e testar um interpolante da coordenada altimétrica que não levasse em conta a distribuição espacial dos pontos de controle (estrutura de dados). A função matemática empregada foi um polinômio bivariado de 3º grau (78), ajustado numa vizinhança restrita de pontos.

Desenvolvendo a função matemática (78) tem-se:

$$Z(x, y) = a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 yx + a_5 x^2 + a_6 y^2 + a_7 x^2 y + a_8 y^2 x + a_9 y^3 + a_{10} x^3 \quad (90)$$

Para determinar inequivocamente os seus coeficientes são necessários dez pontos com suas coordenadas planialtimétricas conhecidas. Para melhorar o desempenho do algoritmo, optou-se por utilizar uma vizinhança restrita que possibilitasse a determinação dos coeficientes com ajustamento M.M.Q, sendo vinte (20) pontos de controle o número máximo a ser utilizado.

Para cada novo ponto a ser interpolado tem-se uma superfície matemática de 3º grau independente da vizinhança e continuidade entre as superfícies geradas.

Esta forma de utilização da função polinomial, como interpolante independente da distribuição espacial dos pontos de controle em relação a posição do ponto a ser interpolado, apresenta enormes facilidades na implantação e determinação dos coeficientes. Entretanto, para garantir resultados satisfatórios, os pontos de controle devem ser próximos e espacialmente envolventes ao ponto a ser interpolado.

3.2.2.2 Superfície triangular plana

Desenvolveu-se um procedimento de interpolação baseado numa estruturação dos pontos de apoio em forma de triangulação (poliedro de faces triangulares planas).

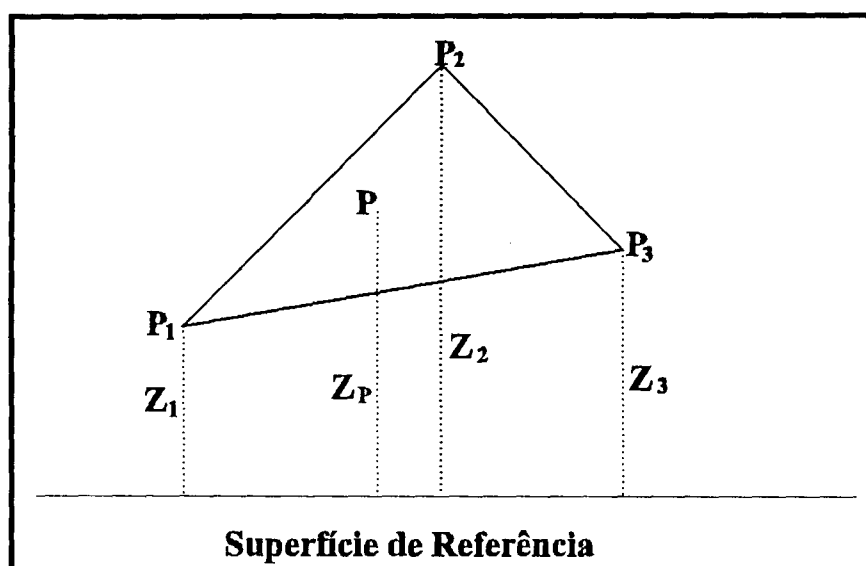
Admitindo-se a ausência de descontinuidade implícitas nos pontos de apoio, o máximo que se pode dizer a respeito do modelo triangular é que o mesmo é contínuo, mas não continuamente derivável (PETTINATI, 1983, p. 3-35).

Aproximando-se o interior de cada face triangular com um plano médio passante pelos três pontos do triângulo, e o ponto a ser interpolado, contido neste

triângulo, conforme mostrado na figura 49. A função de interpolação da coordenada altimétrica (Z) pode ser dada por:

$$Z(x, y) = ax + by + d \quad (91)$$

FIGURA 49 - Triângulo e o ponto interno a ser interpolado



Os valores dos coeficientes da função (91) são inequivocamente determinados com as informações contidas no triângulo.

Trata-se de um procedimento de interpolação altimétrica que apresenta grandes vantagens quanto ao tempo de processamento e facilidade de programação, entretanto apresenta desvantagem por não tratar matematicamente a continuidade entre os triângulos. Este procedimento apresenta bons resultados, quando aplicado numa triangulação com pequeno espaçamento entre os pontos de controle (maior número de triângulos).

3.2.2.3 Superfície triangular de 3º grau contínua

Igualmente como apresentado no procedimento de interpolação denominado de “superfície triangular plana”, este procedimento parte de uma triangulação e o ponto a ser interpolado encontra-se no interior de um triângulo. Entretanto, admite-se não ser um plano a superfície interna do triângulo e que transição entre os triângulos adjacentes, nos respectivos pontos ocorra de forma contínua e harmoniosa.

Considera-se que a superfície interna do domínio triangular possa ser aproximada por um polinômio bivariado de 3º grau completo (90). Como já visto, este polinômio possui dez (10) coeficientes e neste caso, devem ser determinados com as informações contidas no triângulo. Desta forma, para cada vértice do triângulo tem-se as seguintes condições:

- Coordenada altimétrica Z;
- As derivadas parciais de 1ª ordem:

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = a_2 + a_4 y + 2a_5 x + 2a_7 xy + a_8 y^2 + 3a_{10} x^2 \quad (92)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial y} = a_3 + a_4 x + 2a_6 y + a_7 x^2 + 2a_8 xy + 3a_9 y^2 \quad (93)$$

- As derivadas parciais de 2ª ordem:

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} = 2a_5 + 2a_7 y + 6a_{10} x \quad (94)$$

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial y^2} = 2a_6 + 2a_8 x + 6a_9 y \quad (95)$$

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial xy} = a_4 + 2a_7 x + 2a_8 y \quad (96)$$

Aplicando-se estas condições para os três vértices do triângulo, resulta um sistema com dezoito (18) equações a dez (10) parâmetros, possibilitando a determinação dos coeficientes com ajustamento M.M.Q..

A questão deste procedimento está no modo a ser utilizado para estimar as derivadas parciais em cada vértice do triângulo, pois os valores das derivadas exercem grande influência nos valores dos coeficientes da função $Z(x,y)$ (PETTINATI, 1983, p. 3-38).

Para a determinação das derivadas parciais em cada ponto do triângulo, neste trabalho, utilizou-se do cálculo das derivadas parciais de uma superfície quádrlica do tipo:

$$Z(x,y) = a_1 + a_2x + a_3y + a_4yx + a_5x^2 + a_6y^2 \quad (97)$$

A superfície quádrlica é determinada por ajustamento M.M.Q. numa região de domínio restrito, definida pelo vértice e seus nove (9) pontos mais próximos. O cálculo das derivadas parciais pode ser dado por:

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = a_2 + a_4y_v + 2a_5x_v \quad (98)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial y} = a_3 + a_4x_v + 2a_6y_v \quad (99)$$

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} = 2a_5 \quad (100)$$

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial y^2} = 2a_6 \quad (101)$$

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial xy} = a_4 \quad (102)$$

x_v e y_v são coordenadas planimétricas do vértice do triângulo.

Ajustando-se uma quádrlica para cada vértice do triângulo, tem-se as derivadas parciais necessárias para a determinação dos coeficientes da função de interpolação por ajustamento M.M.Q.

Trata-se de um procedimento matemático que apresenta resultados ótimos na interpolação altimétrica de pontos, entretanto apresenta desvantagens em relação aos procedimentos apresentados anteriormente quanto a facilidades operacionais e tempo de processamento.

3.2.2.4 Superfície triangular de 4º grau contínua

Procedimento de interpolação idêntico ao apresentado no item 3.2.2.3, “superfície triangular de 3º grau continua”. A diferença está em substituir a função matemática de interpolação por um polinômio bivariado de 4º grau completo, dado por:

$$Z(x,y) = \sum_{i=0}^4 \sum_{j=0}^{4-i} a_{ij} x^i y^j \quad (103)$$

Desenvolvendo a função (103), tem-se:

$$Z(x,y) = a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 yx + a_5 x^2 + a_6 y^2 + a_7 x^2 y + a_8 y^2 x + a_9 y^3 + a_{10} x^3 + a_{11} x^3 y + a_{12} y^3 x + a_{13} x^2 y^2 + a_{14} y^4 + a_{15} x^4 \quad (104)$$

A função matemática $Z(x,y)$ possui quinze (15) parâmetros que necessitam ser determinados com as informações contidas nos vértices do triângulo. Desta forma, para cada vértice do triângulo tem-se as seguintes condições:

- Coordenada altimétrica Z ;
- As derivadas parciais de 1ª ordem:

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = a_2 + a_4 y + 2a_5 x + 2a_7 xy + a_8 y^2 + 3a_{10} x^2 + 3a_{11} x^2 y + a_{12} y^3 + 2a_{13} xy^2 + 4a_{15} x^3 \quad (105)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial y} = a_3 + a_4 x + 2a_6 y + a_7 x^2 + 2a_8 xy + 3a_9 y^2 + a_{11} x^3 + 3a_{12} y^2 x + 2a_{13} x^2 y + 4a_{14} y^3 \quad (106)$$

As derivadas parciais de 2ª ordem:

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} = 2a_5 + 2a_7 y + 6a_{10} x + 6a_{11} xy + 2a_{13} y^2 + 12a_{15} x^2 \quad (107)$$

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial y^2} = 2a_6 + 2a_8 x + 6a_9 y + 6a_{12} yx + 2a_{13} x^2 + 12a_{14} y^2 \quad (108)$$

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial xy} = a_4 + 2a_7 x + 2a_8 y + 3a_{11} x^2 + 3a_{12} y^2 + 4a_{13} xy \quad (109)$$

Determinando-se as derivadas parciais nos pontos do triângulo, com os procedimentos apresentados no item 3.2.2.3, tem-se um sistema linear com dezoito (18) equações a quinze (15) parâmetros, a ser resolvido por ajustamento M.M.Q.

Desenvolveu-se este procedimento de interpolação a fim de verificar seu desempenho em áreas que apresentam poucos pontos na definição matemática da superfície.

4.0 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados obtidos com as técnicas matemáticas de interpolação altimétrica, varredura monoscópica e de monorestituição digital de aerofotos são apresentados neste capítulo. Basicamente, procurou-se mostrar nos experimentos realizados nas diferentes áreas de trabalho, a precisão alcançada em cada procedimento implementado, como também verificar a viabilidade prática e operacional da nova metodologia de monorestituição digital de aerofotos.

Inicialmente, apresentam-se as precisões alcançadas com a técnica proposta, neste trabalho, para realizar as observações fotogramétricas numa aerofoto digital, associada com o programa de computação gráfica “MicroStation Pc” (ver item 3.2.1.2.2)

4.1 PRECISÕES DAS OBSERVAÇÕES

Utilizou-se, neste trabalho, do programa C.A.D. “MicroStation Pc” para quantificar pontos observados numa aerofoto digital em formato “raster”. Por se tratar de uma técnica não convencional para este tipo de aplicação, julgou-se conveniente apresentar resultados e considerações a respeito das precisões alcançadas nos procedimentos de medidas empregados neste trabalho.

Como já apresentado no item 3.2.1.2.2, o programa “MicroStation”, trabalhando em conjunto com uma imagem digital, posiciona a mesma no seu plano de desenho de modo global, ou melhor a imagem fica referenciada a um sistema de coordenadas que pode ser comparado a uma matriz de pontos bidimensional de 2^{32} a 2^{32} UOR's (unidade de resolução). Desta forma, cada “pixel” da imagem possui uma quantidade de UOR's, variável em função do tamanho da imagem.

Por exemplo, a aerofoto utilizada nos experimentos a seguir apresentados, foi transformada de forma analógica para digital (digitalização matricial), com resolução

de aproximadamente 1000 D.P.I., resultando uma imagem digital de 8838 x 8838 “pixel”.

Medindo-se a imagem com o programa “MicroStation” em uma das direções principais (linha ou coluna), obtém-se o valor de 887287 UOR’s. Tem-se então que cada “pixel” é equivalente a 100 UOR’s.

Dividindo-se a dimensão linear da aerofoto (230 mm) pelo número de “pixel”, resulta aproximadamente 0,026 mm, dimensão correspondente ao valor linear do “pixel”. Como cada “pixel” corresponde a 100 UOR’s para o programa “MicroStation”, tem-se que uma (01) UOR equivale a 0,00026 mm. Este valor corresponde a discriminação do sistema de medida empregado pelo programa para quantificar pontos numa imagem digital com esta dimensão. Desta forma, torna-se possível medir uma posição da imagem digital, posta na tela do computador, com discriminação de 0,00026 mm.

Pode-se considerar que a precisão real de uma observação de um ponto na imagem digital, com o procedimento proposto neste trabalho, como função da estabilidade do sistema de pontaria (“mouse”), configuração vídeo/placa gráfica e da resolução da imagem (“pixel”).

Como já visto, cada “pixel” da imagem possui um valor fixo de UOR’s, desta forma quanto maior a ampliação da imagem na tela do computador, menor será o erro de posicionamento do “cursor” no alvo, em termos de UOR’s. Verifica-se que o deslocamento do “cursor” na tela é função da configuração do vídeo/placa gráfica e a estabilidade do sistema de pontaria (“mouse”). Por exemplo, trabalhando-se com a configuração do vídeo de 800 x 600 pontos (super VGA - “VÍdeo Graphics Array”), com monitor de dimensões 17 polegadas na diagonal (34,4 cm na horizontal e 25,8 cm na vertical), tem-se o valor de 0,43 mm como sendo o menor deslocamento possível do cursor na tela.

Os sistemas de pontaria (“mouses”) apresentam resoluções dadas em DPI (pontos por polegada). Os “mouses” mais comuns, que funcionam através do movimento de esfera e sensores eletrônicos apresentam, geralmente resolução real de

300 DPI, ou a cada deslocamento linear de 0,08 mm da esfera no plano onde o “mouse” trabalha (“mouse pad”). Os “mouses” ligados com “tablet” apresentam resoluções reais, geralmente em torno de 500 LPI (linhas por polegada), que representa um deslocamento de 0,050 mm do “mouse” no “tablet” para gerar um pulso eletrônico. O programa “MicroStation” permite configurar o movimento do “cursor” na tela do vídeo, de forma que uma maior ou menor quantidade de pulsos do “mouse” gere uma unidade de movimento do “cursor”. Verifica-se então, que a resolução real do sistema de pontaria (“mouse”) não influencia o posicionamento do “cursor” sobre um detalhe da imagem posta na tela do computador, pois com as melhores configurações de vídeos/placas gráficas existentes atualmente no mercado, resultam, ainda uma resolução do vídeo muito abaixo da resolução do “mouse”.

O intervalo de movimento do “cursor” na superfície do vídeo é constante, independente do fator de ampliação da imagem na tela, entretanto tendo-se a imagem ampliada, o movimento de 0,43 mm do “cursor” representa menor quantidade de UOR’s. O inverso ocorre com a imagem não ampliada, o movimento de 0,43 mm do “cursor” representa grande quantidade de UOR’s.

O intervalo de movimento do “cursor” na superfície do vídeo pode ser modificado, pelo programa “MicroStation” com outra configuração de vídeo/placa gráfica, desde que o “hardware” disponível suporte a nova configuração.

Os sistemas de pontaria providos de “mouse” e “tablet” apresentam vantagens em relação aos “mouses” comuns, por possibilitarem o movimento do cursor no tela do vídeo de forma mais exata, devido a estabilidade que o sistema apresenta na quantificação do movimento do “mouse” na superfície do “tablet”.

Os resultados práticos apresentados neste trabalho foram realizados com um sistema computacional com configuração de vídeo super V.G.A. (800 x 600 pontos) e sistema de pontaria (“mouse” e “tablet”) com resolução de 500 LPI.

A tabela Nº 02, mostra os resultados de observações realizadas em marcas fiduciais de uma aerofoto digital com resolução de 1000 DPI. A imagem vista na tela do computador foi ampliada de 150 vezes, permitindo que um “pixel” da imagem com

dimensão linear de 0,026 mm, fosse visto com o tamanho linear de 4,0 mm. A marca fiducial de uma aerofoto tem dimensão aproximada de 0,1 mm na aerofoto analógica. Após a transformação para forma digital resulta uma imagem de 4 x 4 “pixel” que é vista na tela do computador com a dimensão de 16 x 16 mm. Este fator de ampliação da imagem foi possível por tratar-se de um detalhe fotogramétrico de fácil identificação (pequeno círculo branco num fundo preto).

TABELA 02 - Médias e seus desvios padrões, de dez observações realizadas em quatro marcas fiduciais com ampliação de imagem na tela de 150 vezes

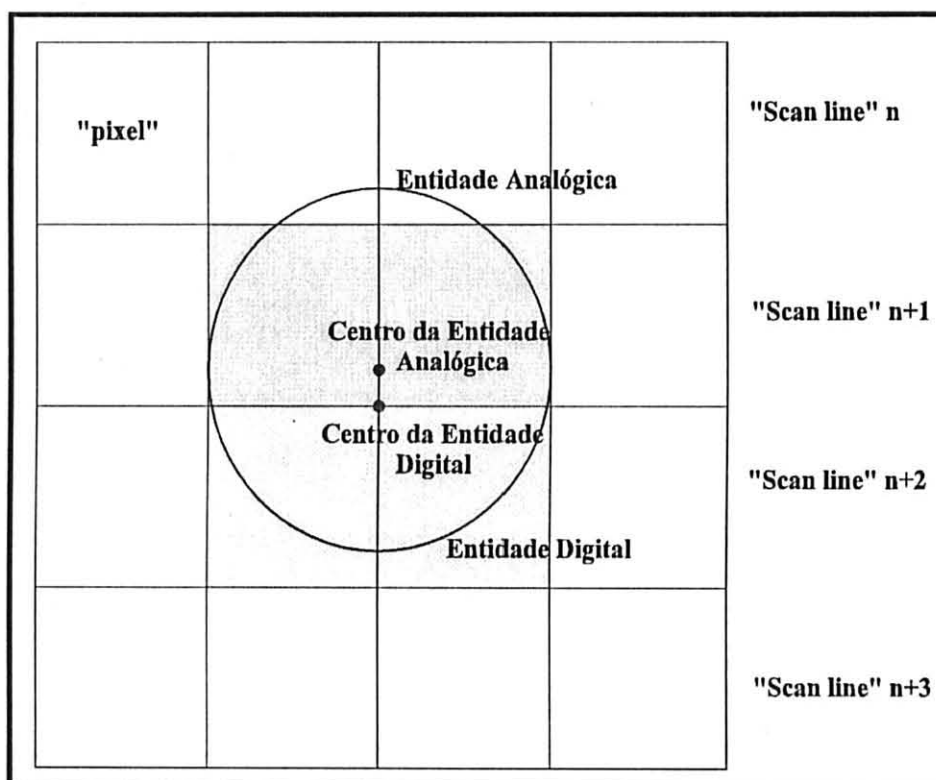
Observações de marcas fiduciais - Fator de ampliação de 150 vezes				
Nº da marca	Coordenadas médias de 10 observações em UOR's		Coordenadas médias de 10 observações em Milímetros	
	x	y	x	Y
01	446705,30	-20301,20	116,056	-5,274
02	875304,40	-461407,00	227,409	-119,876
03	433709,80	-890052,60	112,680	-231,241
04	5154,60	-448892,80	1,339	-116,625
Nº da marca	Desvios padrões em UOR's		Desvios padrões em milímetros	
01	5,498	5,789	0,001	0,002
02	6,603	4,216	0,002	0,001
03	5,432	5,190	0,001	0,001
04	4,812	5,029	0,001	0,001
Desvios médios	5,586	5,056	0,001	0,001

Os valores dos desvios padrões médios obtidos das observações apresentadas na tabela 02 ($\sigma_x = 0,001$ mm e $\sigma_y = 0,001$ mm), representam as precisões que o sistema garante em posicionar o “cursor” numa certa posição visualmente definida com a respectiva ampliação.

Estes desvios encontram-se abaixo da menor resolução da imagem (“pixel” igual a 0,026 mm), portanto não se pode adota-los como representativos da precisão real das observações, pois apesar do sistema permitir posicionar e quantificar de forma exata uma dada posição do cursor, não se pode garantir que o local escolhido visualmente pelo observador, seja representativo da posição central da marca fiducial.

Pode-se considerar que o menor objeto a ser discriminado e quantificado numa imagem digital quando o mesmo for representado por no mínimo quatro “pixel”, conforme mostrado no figura 50. No processo de digitalização matricial a imagem analógica é transformada para digital através da captura de luz refletida da imagem nos elementos C.C.D. contidos numa “scan line”. Cada elemento C.C.D. é sensibilizado pela média de luz refletida de um elemento de área contido na imagem analógica. Desta forma, não se pode garantir que determinado “pixel” evidencie sempre a parte do detalhe da imagem contida nele, conforme mostrado na figura 50. Então, ao observar um conjunto de “pixel” representativo do objeto físico contido na imagem analógica, pode ser definida uma posição errada, do local desejado.

FIGURA 50 - “Pixels” representativos de um objeto na imagem analógica.



Verifica-se então que a resolução da imagem digital (“pixel”) é um parâmetro que não pode ser desconsiderado na definição da precisão real da observação de pontos perfeitamente identificáveis na imagem. Desta forma, adotou-se neste trabalho o valor de meio “pixel” como sendo a melhor precisão real a ser alcançada pela técnica empregada para discriminar e quantificar observações fotogramétricas. No exemplo da tabela 02, a imagem tem resolução de 0,026 mm, então o valor de 0,013 mm pode ser empregado como sendo a precisão real de observação das marcas fiduciais, com elevado fator de ampliação.

As observações fotogramétricas empregadas no processo de monorestituição digital podem ser subdivididas em dois grupos distintos de como são obtidas as informações. Denominamos, neste trabalho como procedimentos estático e dinâmico de observações.

4.1.1 Procedimento estático de observações

Admite-se neste caso que o “cursor” esteja estacionado em cima de uma posição definida como sendo o alvo a ser observado. Encontram-se neste grupo as observações das marcas fiduciais, pontos fotogramétricos artificiais, pontos pré-sinalizados e pontos definidos por detalhes fotoidentificáveis na imagem, tais como: canto de casa, de cerca, de muros, etc.

4.1.1.1 Precisão de observação de marcas fiduciais

De todas as entidades geométricas existentes numa imagem fotográfica digital, as marcas fiduciais são as que mais facilmente são identificáveis e possibilitam maior precisão nas observações. Por ser um alvo geometricamente bem definido (circulo branco) posto num local de fácil identificação (fundo preto), torna-se possível aplicar

um grande fator de ampliação da imagem e mesmo assim identificar o alvo. Visualizando o detalhe com maiores dimensões na tela do computador, tem-se uma diminuição das imprecisões de posicionamento do cursor no alvo, causadas basicamente pela resolução do vídeo.

A tabela 02 mostra os resultados de observações de marcas fiduciais numa aerofoto digital. Como já apresentado e discutido no item 4.1, devido ao grande fator de ampliação aplicado na imagem, tornou-se possível obter uma precisão de observação que não corresponde à realidade, por ser inferior a menor resolução da imagem (“pixel”). Admitiu-se então que o valor linear de meio “pixel” como sendo o mais representativo da precisão de observação para este tipo de entidade.

4.1.1.2 Precisão de observações de pontos fotogramétricos artificiais e pré-sinalizados

Pontos fotogramétricos artificiais são marcas feitas com o equipamento fotogramétrico denominado de marcador e transferidor de pontos (PUG). São na realidade pequenos círculos transparentes de dimensões geralmente variando de 0,040 a 0,100 mm, envoltos por uma circunferência de dimensão de 1,0 cm de raio.

Pontos pré-sinalizados são alvos materializados na superfície física com dimensões e formas pré-determinadas para a geração de imagens fotográficas que possibilitem a fácil identificação e observação do ponto. Geralmente são círculos brancos, implantados numa base quadrada de dimensão lateral de cinco vezes o raio do círculo.

Estes pontos possuem coordenadas no referencial geodésico local, geralmente determinadas por técnicas de aerotriangulação, e servem para as orientações analíticas das aerofotos. Possuem a propriedade de aparecerem claramente na imagem digital, permitindo a aplicação de fator de ampliação da imagem de até 20 vezes, sem perder a identificação do detalhe.

A tabela 03 mostra os resultados das observações realizadas num conjunto de quatro pontos fotogramétricos artificiais, visando a determinação da precisão de observação.

TABELA 03 - Médias e seus desvios padrões, de dez observações realizadas em quatro pontos fotogramétricos artificiais com ampliação de imagem na tela de 20 vezes

Observações de pontos fotogramétricos artificiais - Fator de ampliação de 20 vezes				
	Coordenadas médias de 10 observações em UOR's		Coordenadas médias de 10 observações em Milímetros	
Nº do ponto	x	y	x	y
1001	67421,00	-241089,40	17,516	-62,636
1002	88933,30	-155290,30	23,105	-40,345
1003	155779,70	-144263,20	40,472	-37,480
1004	308778,30	-224520,70	80,222	-58,332
Nº do ponto	Desvios padrões em UOR's		Desvios padrões em milímetros	
1001	28,967	33,194	0,008	0,009
1002	12,065	33,672	0,003	0,009
1003	18,415	21,928	0,005	0,006
1004	11,842	10,318	0,003	0,003
Desvios médios	17,822	24,778	0,005	0,007

Na tabela 03, verifica-se que os valores médios dos desvios padrões das observações realizadas nos pontos fotogramétricos artificiais ($\sigma_x = 0,005$ mm e $\sigma_y = 0,007$ mm), encontram-se abaixo do valor linear da resolução da imagem ("pixel"). Da mesma forma como apresentado no caso das observações das marcas fiduciais, não se pode admitir que estes valores representem a precisão real de observação. Adota-se o valor de meio "pixel" como sendo a precisão real de observações para este tipo de entidade.

4.1.1.3 Precisão de observações de pontos fotogramétricos definidos por detalhes fotoidentificáveis

Pontos fotogramétricos definidos por detalhes fotoidentificáveis são posições existentes na imagem que permitem materializar entidades lineares retas, tais como: cantos de casa, cercas, estradas, muros, divisa de talhões, etc. São observados no processo de digitalização vetorial de entidades gráficas na monorestituição digital.

Como já visto, a precisão de uma observação com a técnica proposta neste trabalho está ligada com o fator de ampliação aplicado na imagem para evidenciar o detalhe a ser observado na tela do computador. Verifica-se que a imagem perde sua nitidez a partir de um grau de ampliação aplicado, dificultando a identificação das entidades contidas na imagem. Para este tipo de entidade a ser observada (detalhes naturais bem nítidos na imagem) verificou-se que o maior fator de ampliação a ser aplicado na imagem não deve ultrapassar a dez (10) vezes.

As tabelas 04 e 05 mostram os resultados de observações realizadas em pontos definidos por detalhes fotoidentificáveis com diferentes fatores de ampliação da imagem na tela do computador.

TABELA 04 - Médias e seus desvios padrões, de dez observações realizadas em quatro pontos fotoidentificáveis com ampliação de imagem na tela de 5 vezes

Observações de pontos fotoidentificáveis - Fator de ampliação de 5 vezes				
Nº do ponto	Coordenadas médias de 10 observações em UOR's		Coordenadas médias de 10 observações em Milímetros	
	x	y	x	y
2001	242242	-142660	62,936	-37,064
2002	251414	-147465	65,319	-38,312
2003	256789	-161558	66,715	-41,974
2004	249096	-172448	64,716	-44,803
Nº do ponto	Desvios padrões em UOR's		Desvios padrões em milímetros	
2001	103,280	126,491	0,027	0,033
2002	96,609	84,327	0,025	0,022
2003	126,491	103,280	0,033	0,027
2004	134,990	94,281	0,035	0,024
Desvios médios	115,342	102,095	0,030	0,026

TABELA 05 - Médias e seus desvios padrões, de dez observações realizadas em quatro pontos fotoidentificáveis com ampliação de imagem na tela de 10 vezes

Observações de pontos fotoidentificáveis - Fator de ampliação de 10 vezes				
Nº do ponto	Coordenadas médias de 10 observações em UOR's		Coordenadas médias de 10 observações em Milímetros	
	x	y	x	y
2001	242021	-142552	62,878	-37,036
2002	251286	-147386	65,285	-38,292
2003	256969	-161570	66,762	-41,977
2004	249055	-172560	64,706	-44,832
Nº do ponto	Desvios padrões em UOR's		Desvios padrões em milímetros	
2001	63,246	31,623	0,016	0,008
2002	51,640	51,640	0,013	0,013
2003	63,246	31,623	0,016	0,008
2004	56,765	31,623	0,015	0,008
Desvios médios	58,724	36,627	0,015	0,009

Os valores dos desvios padrões médios, apresentados na tabela 05 ($\sigma_x = 0,015$ mm e $\sigma_y = 0,009$ mm), mostram que as observações realizadas em detalhes fotoidentificáveis, apresentaram um grau de repetibilidade excelente, apesar de ser aplicado um fator de ampliação moderado e o ponto não ser muito bem definido. Verifica-se então, que neste caso, com o fator de ampliação da imagem de 10 vezes, pode-se também utilizar o valor de meio “pixel” para representar a precisão de observação.

As observações apresentadas na tabela 04, são dos mesmos detalhes fotoidentificáveis da tabela 05, entretanto neste caso, a imagem foi posta na tela do computador com o fator de ampliação de 5 vezes. Como previsto, verifica-se que os desvios padrões médios obtidos ($\sigma_x = 0,030$ mm e $\sigma_y = 0,026$ mm), são maiores devido ao menor fator de ampliação da imagem. Neste caso, pode-se considerar que estes valores de desvios padrões calculados sejam representativos da precisão das observações realizadas.

4.1.2 Procedimento dinâmico de observações

Este procedimento está relacionado com a forma de observação que admite o “cursor” em movimento na tela do computador. Empregado basicamente no processo de digitalização vetorial de entidades lineares curvas, onde se obtém de modo semi-automático, os pontos necessários a definição matemática da entidade gráfica.

O procedimento operacional para a obtenção dos pontos consistiu em inicialmente definir o intervalo linear entre dois pontos, em função da precisão da materialização da entidade, e logo após percorrer com o “cursor” o contorno da entidade curva, posta na tela do computador.

Para avaliar a precisão da obtenção dos pontos que definem a entidade, optou-se por utilizar as coordenadas do centróide da entidade digitalizada, calculado a partir das coordenadas dos pontos que definem matematicamente a mesma, conforme mostrado na figura 51.

As coordenadas do centróide da entidade digitalizada podem representar de forma mais apropriada o conjunto de pontos digitalizados, para fins de determinação indireta da precisão de observação dos pontos digitalizados de forma semi-automática. Desta forma, digitalizou-se dez vezes uma mesma entidade gráfica, com o mesmo intervalo linear entre pontos, e determinou-se os centróides de cada digitalização. Considerou-se que a precisão das coordenadas dos centróides, representasse a precisão da obtenção de pontos que definem a entidade gráfica. As tabelas 06, 07, 08 e 09 mostram os principais resultados obtidos nos testes realizados com a digitalização de duas entidades gráficas, com ampliação de imagem de 10 vezes e intervalo entre pontos de 0,5 mm.

TABELA 06 - Pontos que definem a 1ª entidade gráfica, em uma das dez digitalizações realizadas e as coordenadas do centróide determinado

Entidade gráfica Nº 01		
Pontos	Coordenada x (mm)	Coordenada y (mm)
01	28,036	-84,012
02	28,006	-84,556
03	27,795	-85,040
04	27,462	-85,434
05	26,979	-85,736
06	26,616	-86,160
07	26,284	-86,583
08	25,951	-87,007
09	25,740	-87,490
10	25,347	-87,884
11	25,075	-88,307
12	24,803	-88,791
13	24,743	-89,305
14	24,531	-89,789
15	24,350	-90,303
16	24,078	-90,787
17	24,169	-91,302
18	23,685	-91,574
19	23,202	-91,302
20	22,749	-91,090
21	22,295	-90,848
22	21,782	-90,576
23	21,268	-90,394
24	20,815	-90,152
25	20,361	-89,910
26	19,908	-89,668
27	19,485	-89,396
28	18,972	-89,154
29	18,518	-88,942
30	18,035	-88,670
31	17,582	-88,458
32	17,098	-88,247
33	16,705	-88,125
Coordenadas do centróide		
	Xm (mm)	Ym (mm)
	23,104	-88,636

TABELA 07 - Coordenadas dos centróides, provenientes das dez digitalizações da 1ª entidade gráfica, coordenadas do centróide médio e desvio padrão do centróide médio

Entidade Gráfica Nº 01		
Centróide	Coordenada Xm (mm)	Coordenada Ym (mm)
01	23,084	-88,679
02	23,021	-88,652
03	23,161	-88,647
04	23,104	-88,636
05	23,074	-88,648
06	23,125	-88,669
07	23,163	-88,653
08	23,127	-88,661
09	23,109	-88,636
10	23,138	-88,654
Centróide médio	23,111	-88,654
Desvio padrão	0,043	0,013

FIGURA 51 - Centróide de uma entidade gráfica

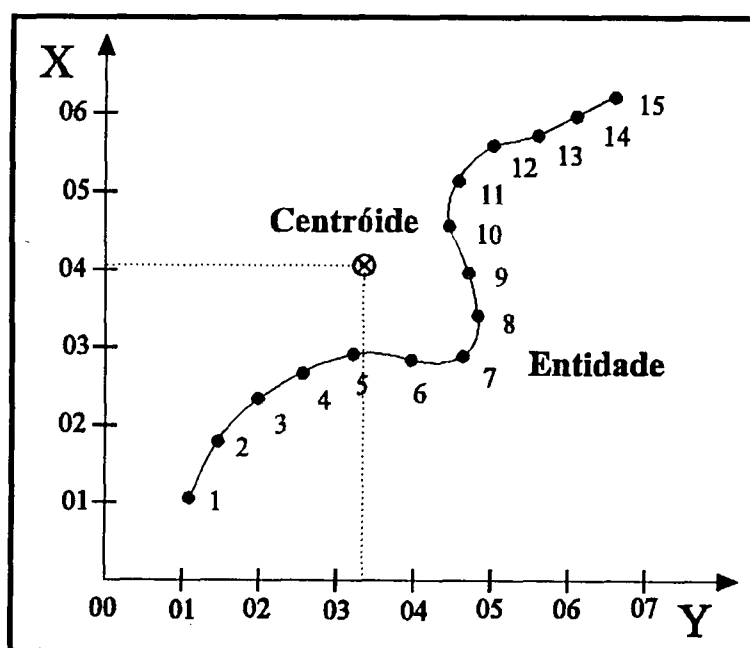


TABELA 08 - Pontos que definem a 2ª entidade gráfica, em uma das dez digitalizações realizadas e as coordenadas do centróide determinado

Entidade gráfica Nº 02		
Pontos	Coordenada x (mm)	Coordenada y (mm)
01	24,021	-14,070
02	23,537	-14,342
03	23,265	-14,826
04	23,023	-15,280
05	22,872	-15,794
06	22,933	-16,338
07	22,903	-16,883
08	22,963	-17,397
09	23,054	-17,941
10	23,144	-18,425
11	23,144	-18,970
12	23,205	-19,514
13	23,326	-20,059
14	23,416	-20,543
15	23,537	-21,057
16	23,628	-21,571
17	23,718	-22,116
18	23,749	-22,630
19	23,809	-23,144
20	23,900	-23,689
21	23,960	-24,233
22	23,990	-24,777
23	24,081	-25,322
24	24,051	-25,866
25	24,051	-26,411
26	24,021	-26,985
27	23,960	-27,500
28	23,930	-27,863
Coordenadas do centróide		
	Xm (mm)	Ym (mm)
	23,543	-20,841

TABELA 09 - Coordenadas dos centróides, provenientes das dez digitalizações da 2ª entidade gráfica, coordenadas do centróide médio e desvio padrão do centróide médio

Entidade Gráfica Nº 02		
Centróide	Coordenada Xm (mm)	Coordenada Ym (mm)
01	23,538	-20,874
02	23,523	-20,866
03	23,549	-20,846
04	23,565	-20,857
05	23,543	-20,841
06	23,539	-20,804
07	23,534	-20,911
08	23,557	-20,841
09	23,565	-20,881
10	23,573	-20,938
Centróide médio	23,549	-20,866
Desvio padrão	0,016	0,038

As tabelas de 06, 07, 08 e 09 mostram os resultados da digitalização de duas entidades gráficas, sendo uma digitalizada no sentido do eixo x e outra no sentido do eixo y. Verifica-se menor precisão na determinação das coordenadas do centróide médio, no eixo onde a entidade teve maior desenvolvimento, ou melhor no sentido da digitalização. Dois fatores contribuem para existir maior desvio entre pontos da direção de digitalização. O primeiro deve-se ao fato que a maior variação de coordenadas entre pontos ocorre no sentido da digitalização e o segundo está ligado ao fato que os pontos que definem a entidade não se repetem exatamente nos mesmos locais das digitalizações realizadas, pois a posição destes pontos é determinada por cálculos internos do programa, baseados na distância euclidiana entre pontos, que nem sempre definem exatamente o valor linear adotado para a obtenção automática dos pontos na digitalização.

Entretanto, considerando-se que o cursor encontra-se em movimento na tela do computador, como também a aplicação de um fator de ampliação moderado na imagem e o tamanho do “pixel” de 0,026 mm, conclui-se que a precisão obtida na digitalização semi-automática de entidades não retas encontra-se dentro de valores de precisão aceitáveis à aplicação do procedimento de monorestituição digital de aerofotos.

4.2 DETERMINAÇÃO ALTIMÉTRICA

No item 3.2.2 foram desenvolvidos quatro procedimentos matemáticos para serem empregados na determinação altimétrica de pontos no sistema de modelamento matemático de superfície.

Para verificar as condições de uso dos procedimentos implementados, realizou-se vários testes com diferentes intervalos de pontos definidores da superfície e de diferentes subregiões com conformação de relevo, variando de “severamente” acidentado a relevo relativamente plano. Inicialmente, procura-se mostrar o funcionamento matemático de cada procedimento, discute-se os resultados obtidos e finalmente compara-se o desempenho de cada procedimento nos principais testes realizados nas diferentes áreas apresentadas.

4.2.1 Polinômio de 3º grau

Como já visto no item 3.2.2.1, o procedimento matemático empregado neste caso, fundamenta-se em ajustar o polinômio de 3º grau (90), numa pequena região ao redor do ponto a ser interpolado. Desta forma, tem-se os parâmetros necessários a determinação da coordenada altimétrica.

O conjunto de pontos que representa a região restrita de atuação do polinômio é definido pelos pontos contidos no interior da circunferência de raio igual a duas vezes o intervalo médio dos pontos de controle amostrados (perfilagem), estando no centro o ponto a ser interpolado. Resultando para o conjunto valores entre dez (10) a vinte (20) pontos de controle.

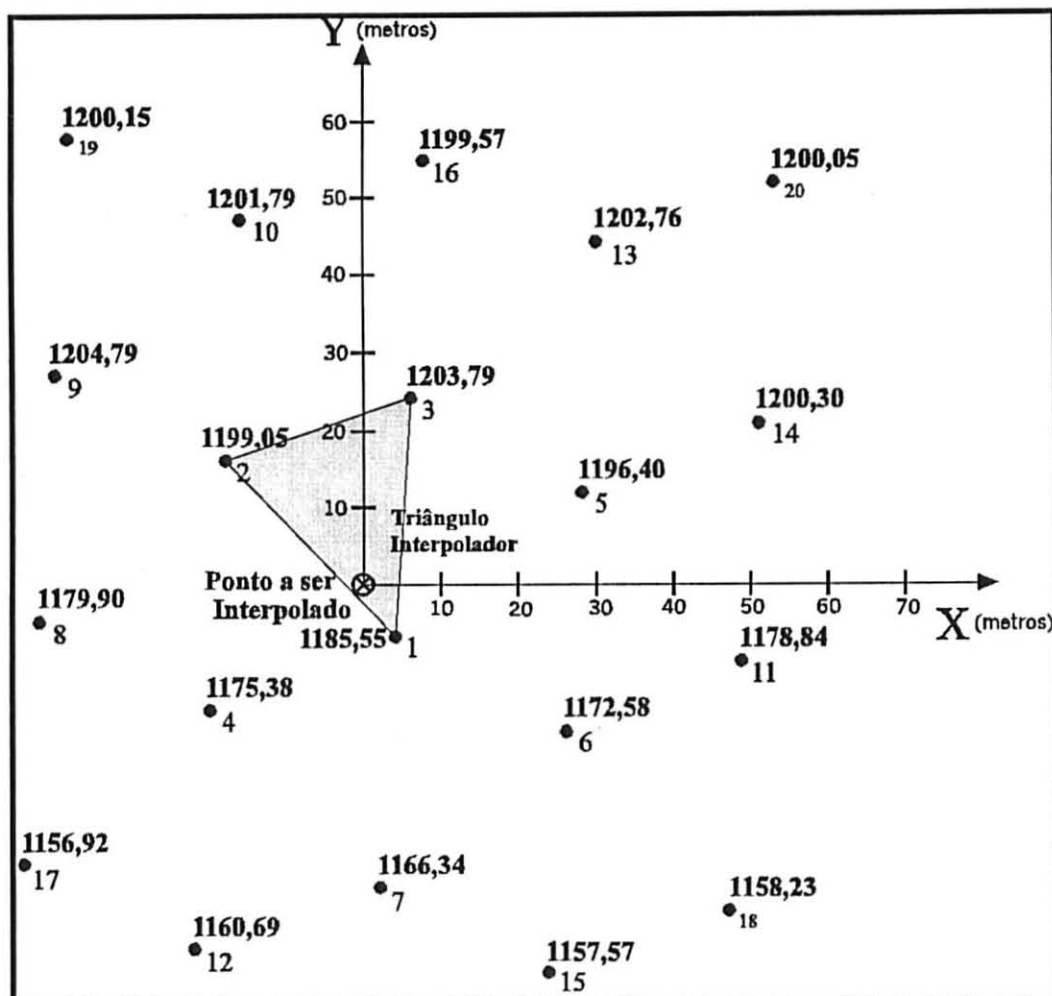
Como também já visto, em cada ponto interpolado é gerado uma nova superfície, independente de qualquer condição de continuidade entre as superfícies.

Os resultados numéricos apresentados a seguir, nas tabelas 10, 11, 12, 13, 14, e 15 e figuras 52, 53, 54, 55, 56, e 57 mostram o funcionamento do procedimento proposto.

TABELA 10 - Resultados obtidos da interpolação altimétrica com polinômio de 3º grau, aplicado numa superfície de relevo altamente acidentado

Ponto a ser interpolado: 101					
Coordenadas planas (X,Y): Xo= 2552,667 Yo= 2556,372					
Coordenada altimétrica conhecida: 1200,034 m					
Intervalo médio entre pontos de controle: 30,00 m					
Pto	X (m)	Y (m)	Z (m)	Resíduo Z	Afast. do Centro
01	2556,30	2549,16	1185,55	-1,445	8,075
02	2534,95	2572,06	1199,05	0,210	23,664
03	2558,35	2580,44	1203,79	-0,839	24,730
04	2532,88	2540,78	1175,38	1,388	25,192
05	2580,43	2568,74	1196,40	0,063	30,393
06	2578,36	2537,46	1172,58	1,661	31,903
07	2554,23	2517,87	1166,34	-1,872	38,534
08	2510,76	2551,65	1179,90	0,905	42,172
09	2512,82	2582,94	1204,79	-1,985	47,892
10	2537,02	2603,35	1201,79	2,799	49,515
11	2601,79	2546,10	1178,84	-0,246	50,186
12	2530,82	2509,50	1160,69	-0,586	51,713
13	2582,50	2600,03	1202,76	0,290	52,877
14	2603,85	2577,38	1200,30	0,286	55,327
15	2576,30	2506,17	1157,57	1,800	55,487
16	2560,42	2611,74	1199,57	-1,563	55,908
17	2508,69	2520,36	1156,92	0,177	56,841
18	2599,72	2514,81	1158,23	-1,083	62,781
19	2514,89	2614,22	1200,15	-0,050	69,090
20	2605,92	2608,66	1200,05	0,089	74,632
Parâmetros do polinômio de 3º grau ajustado					
$a_1 = 1189,4080565486$		$a_2 = -0,0050163869$		$a_3 = 0,7157205581$	
$a_4 = -0,0007118918$		$a_5 = -0,0019352917$		$a_6 = -0,0030135773$	
$a_7 = 0,0000426035$		$a_8 = -0,0000160993$		$a_9 = -0,0001243002$	
$a_{10} = 0,0000204001$					
Coordenada Altimétrica determinada: 1189,408 m					
Diferença de altura: 10,626 m					
Média dos resíduos: 0,967 m					

FIGURA 52 - Distribuição espacial dos pontos de controle em relação ao ponto a ser interpolado numa superfície de relevo altamente acidentado



Analisando-se os resíduos apresentados na tabela 10, verifica-se que a função polinomial de 3º grau ajustou-se de forma aceitável na superfície amostrada pelos pontos de controle. Entretanto, o valor determinado da altura do ponto interpolado (1189,408 m) difere consideravelmente do valor da altura real do ponto (1200,034 m). Por outro lado o resíduo no ponto de controle mais próximo do ponto interpolado está bem abaixo do valor da diferença entre altura interpolada e altura real.

Verificando-se a distribuição espacial dos pontos de controle 01, 03 e 02 em relação ao ponto interpolado, conforme mostrado na figura 52, pode-se pensar na existência de erros grosseiros no conjunto de pontos de controle ou no valor real da

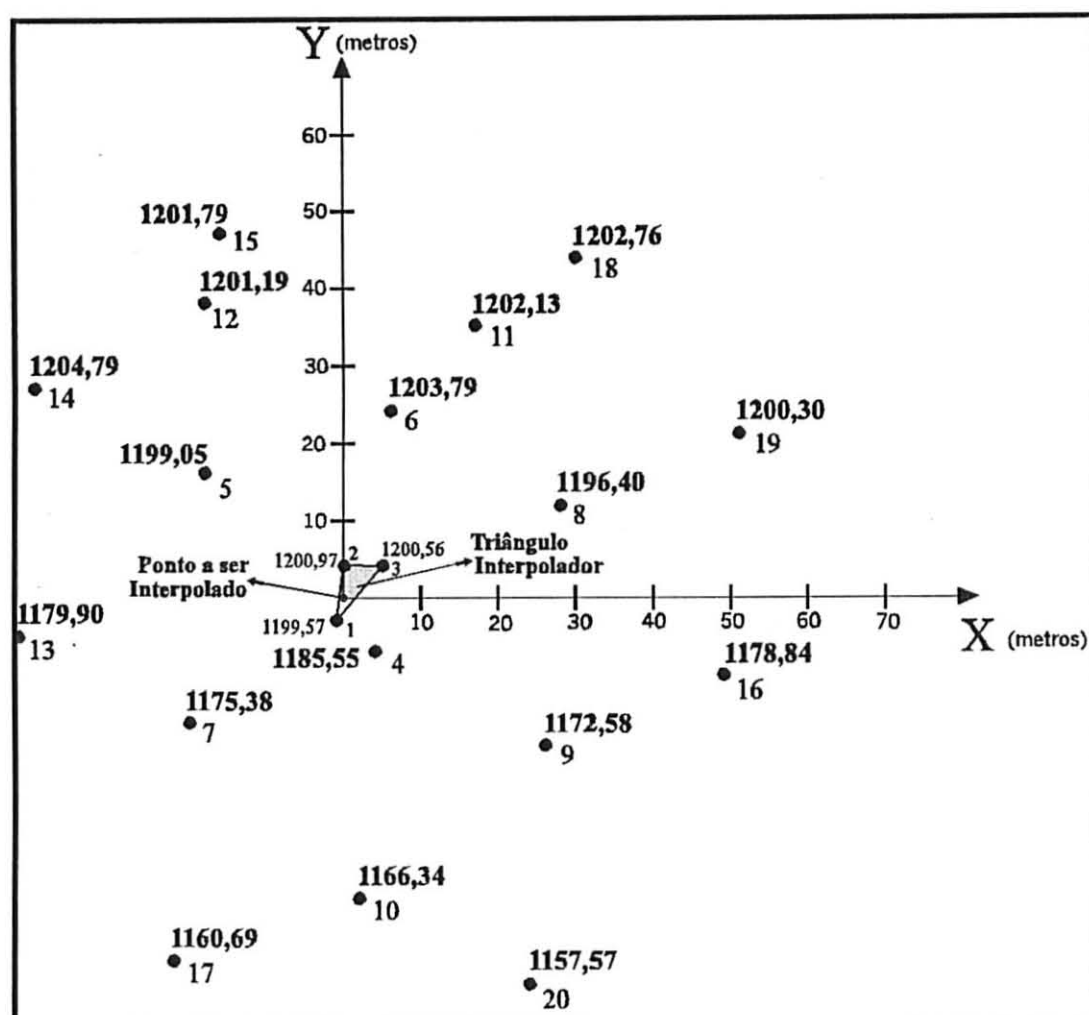
altura do ponto interpolado. Entretanto, a região empregada neste teste (campo de calibração de câmaras aéreas) apresenta conformação de relevo “severamente” acidentado e o ponto interpolado encontra-se numa ponta do limite da parte mais alta que é cortada por uma escarpa. Por se tratar de uma conformação de relevo particular e tendo em vista que a função matemática ajustou-se bem a superfície amostrada, conclui-se que os pontos de controle amostrados não permitiu a correta caracterização do relevo existente na região.

A tabela 11 e a figura 53 mostram os resultados do teste realizado na mesma região e com a aplicação do mesmo procedimento de interpolação, com a diferença de ter sido realizado um pequena densificação dos pontos de controle ao redor do ponto a ser interpolado.

TABELA 11 - Resultados obtidos da interpolação altimétrica com polinômio de 3º grau, aplicado numa superfície de relevo altamente acidentado com maior densificação de pontos de controle

Ponto a ser interpolado: 101					
Coordenadas planas (X,Y): Xo= 2552,667 Yo= 2556,372					
Coordenada altimétrica conhecida: 1200,034 m					
Intervalo médio entre pontos de controle: 30,00 m					
Pto	X (m)	Y (m)	Z (m)	Resíduo Z	Afast. do Centro
01	2551,83	2553,28	1199,57	-7,737	3,203
02	2552,37	2560,83	1200,97	-4,066	4,468
03	2557,17	2560,15	1200,56	-4,166	5,878
04	2556,30	2549,16	1185,55	3,239	8,075
05	2534,95	2572,06	1199,05	2,954	23,664
06	2558,35	2580,44	1203,79	1,136	24,730
07	2532,88	2540,78	1175,38	4,423	25,192
08	2580,43	2568,74	1196,40	2,841	30,393
09	2578,36	2537,46	1172,58	3,701	31,903
10	2554,23	2517,87	1166,34	0,886	38,534
11	2569,95	2591,39	1202,13	1,896	39,051
12	2534,61	2593,93	1201,19	3,647	41,673
13	2510,76	2551,65	1179,90	0,121	42,172
14	2512,82	2582,94	1204,79	-1,980	47,892
15	2537,02	2603,35	1201,79	-1,611	49,515
16	2601,79	2546,10	1178,84	-2,420	50,186
17	2530,82	2509,50	1160,69	-1,332	51,713
18	2582,50	2600,03	1202,76	-2,391	52,877
19	2603,85	2577,38	1200,30	1,170	55,327
20	2576,30	2506,17	1157,57	-0,310	55,487
Parâmetros do polinômio de 3º grau ajustado					
$a_1 = 1193,9948926069$		$a_2 = 0,0013954083$		$a_3 = 0,6808173593$	
$a_4 = -0,0006151581$		$a_5 = -0,0043874807$		$a_6 = -0,0057230150$	
$a_7 = 0,0001124418$		$a_8 = -0,0000212658$		$a_9 = -0,0001394413$	
$a_{10} = 0,0000251123$					
Coordenada Altimétrica determinada: 1193,995 m					
Diferença de altura: 6,039 m					
Média dos resíduos: 2,601 m					

FIGURA 53 - Distribuição espacial dos pontos de controle em relação ao ponto a ser interpolado numa superfície com relevo altamente acidentado com maior densificação de pontos de controle



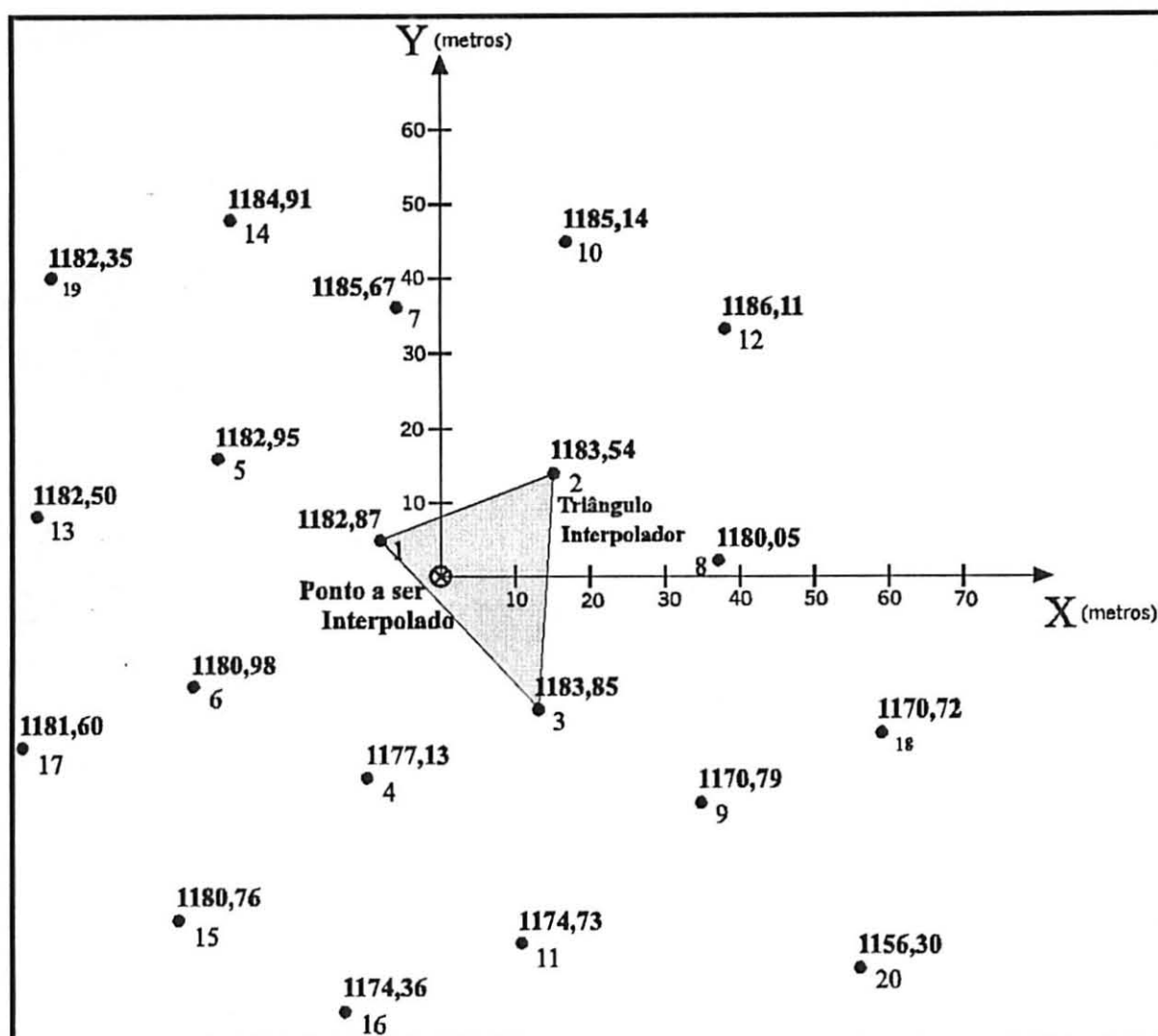
Analisando-se os resíduos apresentados na tabela 11, conclui-se neste caso que a função polinomial de 3º grau não foi capaz de modelar a superfície definida pelos pontos de controle amostrados. Os resíduos apresentados nos pontos de controle mais próximos do ponto interpolado tem dimensões equivalentes a diferença de altura obtida entre o valor interpolado e valor real. Este exemplo mostra a dificuldade que o procedimento de interpolação implementado apresenta quando aplicado numa superfície que possui muita variação de relevo, pois a função polinomial de 3º grau não tem os parâmetros necessários a modelagem matemática das ondulações existentes.

A tabela 12 e figura 54 mostram os resultados obtidos com a aplicação deste procedimento numa superfície com menor variação de altura (região alta do campo de calibração de câmaras).

TABELA 12 - Resultados obtidos da interpolação altimétrica com polinômio de 3º grau, aplicado numa superfície com menor variação de altura

Ponto a ser interpolado: 109					
Coordenadas planas (X,Y): Xo= 1703,621 Yo= 2307,988					
Coordenada altimétrica conhecida: 1183,239 m					
Intervalo médio entre pontos de controle: 30,00 m					
Pto	X (m)	Y (m)	Z (m)	Resíduo Z	Afast. do Centro
01	1695,24	2312,57	1182,87	0,253	9,552
02	1718,70	2321,71	1183,54	0,704	20,388
03	1716,64	2290,41	1183,85	-4,165	21,874
04	1693,19	2281,27	1177,13	2,687	28,682
05	1673,18	2324,31	1182,95	-0,011	34,541
06	1671,12	2293,08	1180,98	0,407	35,757
07	1697,31	2343,86	1185,67	-0,608	36,423
08	1740,74	2309,59	1180,05	1,031	37,154
09	1738,68	2278,28	1170,79	2,477	45,953
10	1720,77	2353,00	1185,14	1,036	48,168
11	1714,57	2259,13	1174,73	-1,908	50,070
12	1742,81	2340,88	1186,11	-0,893	51,163
13	1649,79	2316,22	1182,50	-0,609	54,457
14	1675,24	2355,55	1184,91	-0,734	55,386
15	1669,04	2261,71	1180,76	-0,932	57,771
16	1691,12	2249,98	1174,36	1,104	59,340
17	1647,71	2284,79	1181,60	0,035	60,533
18	1762,14	2287,37	1170,72	-0,708	62,045
19	1651,87	2347,66	1182,35	0,739	65,208
20	1760,07	2256,08	1156,30	0,096	76,687
Parâmetros do polinômio de 3º grau ajustado					
$a_1 = 1182,7879897430$		$a_2 = 0,0002152469$		$a_3 = 0,1095768847$	
$a_4 = 0,0022574569$		$a_5 = -0,0010257863$		$a_6 = -0,0010442915$	
$a_7 = 0,0000100177$		$a_8 = -0,0000272547$		$a_9 = 0,0000000358$	
$a_{10} = -0,0000122933$					
Coordenada Altimétrica determinada: 1182,788 m					
Diferença de altura: 0,451 m					
Média dos resíduos: 1,057 m					

FIGURA 54 - Distribuição espacial dos pontos de controle em relação ao ponto a ser interpolado numa superfície com menor variação de altura



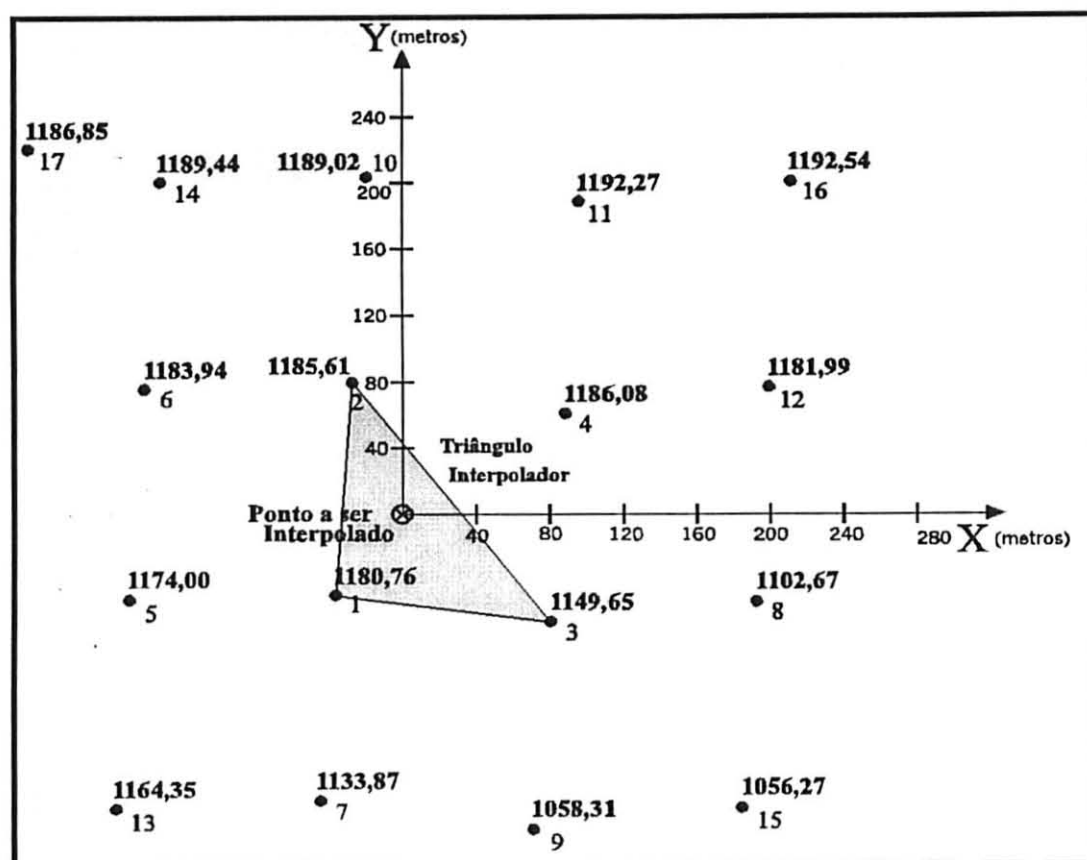
Analisando-se os resíduos apresentados na tabela 12, verifica-se neste caso que a função polinomial de 3º grau ajustou-se de forma aceitável na superfície amostrada pelos pontos de controle. O valor interpolado pela função matemática encontra-se próximo ao valor real da altura do ponto, como mostra o valor da diferença de altura calculado (0,451 m). Tem-se então, um conjunto de pontos de controle que definem corretamente a conformação do relevo e modelo matemático adequado para a parametrização da superfície amostrada.

A tabela 13 e figura 55 mostram os resultados obtidos com a interpolação do mesmo ponto apresentado na tabela 12, mas modificando a superfície amostrada com a utilização de uma grade com maior intervalo entre pontos de controle.

TABELA 13 - Resultados obtidos da interpolação altimétrica com polinômio de 3º grau, aplicado numa superfície com maior variação de altura, definida por um conjunto de pontos de controle bem espaçados

Ponto a ser interpolado: 109					
Coordenadas planas (X,Y): Xo= 1703,621 Yo= 2307,988					
Coordenada altimétrica conhecida: 1183,239 m					
Intervalo médio entre pontos de controle: 120,00 m					
Pto	X (m)	Y (m)	Z (m)	Resíduo Z	Afast. do Centro
01	1669,04	2261,71	1180,76	-13,230	57,771
02	1677,30	2386,78	1185,61	2,097	83,072
03	1782,13	2244,07	1149,65	-6,733	101,238
04	1790,38	2369,24	1186,08	-5,554	106,202
05	1554,53	2257,72	1174,00	7,177	157,337
06	1562,82	2383,26	1183,94	4,959	159,658
07	1660,79	2136,66	1133,87	-5,450	176,601
08	1897,27	2257,54	1102,67	21,783	200,112
09	1773,86	2118,91	1058,31	19,682	201,703
10	1685,57	2512,11	1189,02	3,024	204,919
11	1798,64	2494,41	1192,27	1,646	209,241
12	1905,54	2382,89	1181,99	-7,511	215,364
13	1546,21	2131,74	1164,35	-2,199	236,308
14	1571,10	2508,86	1189,44	-0,897	240,648
15	1889,01	2132,47	1056,27	-16,622	255,295
16	1913,84	2508,77	1192,54	0,090	290,698
17	1458,14	2528,40	1186,85	-2,259	329,913
Parâmetros do polinômio de 3º grau ajustado					
$a_1 = 1174,2126853734$		$a_2 = -0,0939745519$		$a_3 = 0,2166828505$	
$a_4 = 0,0010412663$		$a_5 = -0,0001444905$		$a_6 = -0,0007065012$	
$a_7 = 0,0000003569$		$a_8 = -0,0000022567$		$a_9 = 0,0000004119$	
$a_{10} = -0,0000001930$					
Coordenada Altimétrica determinada: 1174,213 m					
Diferença de altura: 9,026 m					
Média dos resíduos: 7,113 m					

FIGURA 55 - Distribuição espacial dos pontos de controle em relação ao ponto a ser interpolado numa superfície com maior variação de altura e intervalo entre os pontos de controle



Os resultados apresentados na tabela 13 mostram de forma clara a deficiência deste procedimento de interpolação altimétrica em superfícies que apresentam grandes variações de altura. Tratando-se de uma região do campo de calibração de câmaras, o aumento do intervalo entre pontos de controle, ocasionou a definição de nova superfície com grande variação de relevo, impossibilitando o ajustamento da superfície matemática de 3º grau.

Os testes apresentados nas tabelas 12 e 13 mostram que, em regiões de relevo acidentado, deve-se diminuir o intervalo entre os pontos de controle, para se obter uma superfície amostrada com menor variação de relevo, aumentando-se assim, as chances de sucesso com o procedimento de interpolação proposto.

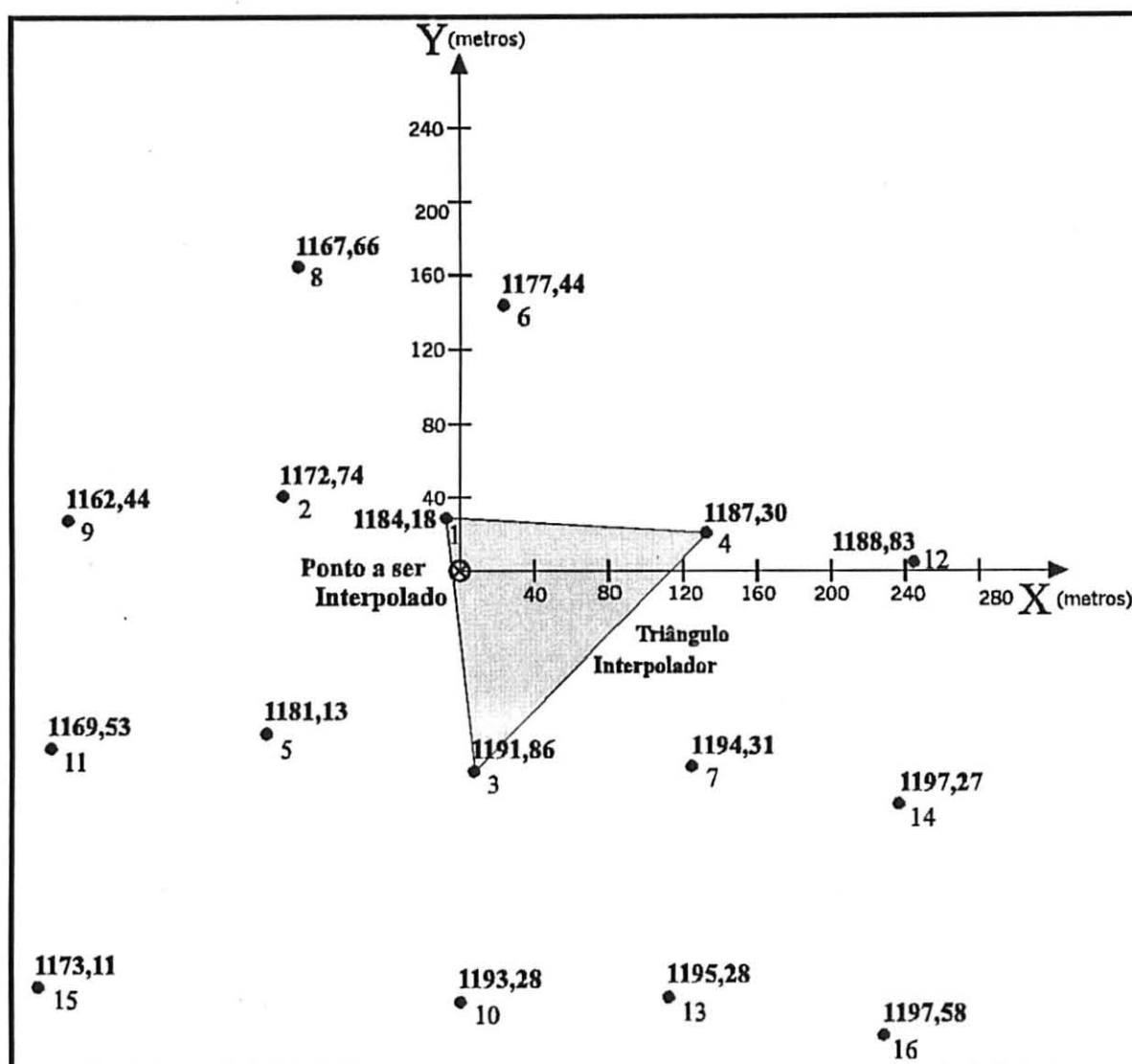
Conclui-se que para o bom funcionamento do procedimento de interpolação proposto, devem ser atendidas duas condições fundamentais: a primeira, que a

superfície amostrada pelos pontos de controle permita a modelagem matemática com o polinômio de 3º grau e a segunda, que pontos de controle representem realmente a conformação de relevo existente. Para melhor visualização destas condições, apresenta-se na tabela 14 e figura 56 os resultados da aplicação, do procedimento de interpolação proposto numa superfície que possui pequena variação de relevo (região alta do campo de calibração de câmaras), apesar de ser definida por pontos de controle bem espaçados.

TABELA 14 - Resultados obtidos da interpolação altimétrica com polinômio de 3º grau, aplicado numa superfície com menor variação de altura, definida por um conjunto de pontos de controle bem espaçados

Ponto a ser interpolado: 104					
Coordenadas planas (X,Y): Xo= 1588,321 Yo= 2992,278					
Coordenada altimétrica conhecida: 1186,286 m					
Intervalo médio entre pontos de controle: 120,00 m					
Pto	X (m)	Y (m)	Z (m)	Resíduo Z	Afast. do Centro
01	1582,08	3021,56	1184,18	-1,856	29,940
02	1491,26	3030,30	1172,74	1,925	104,243
03	1595,95	2885,40	1191,86	-0,911	107,150
04	1718,69	3014,06	1187,30	0,577	132,176
05	1482,98	2904,62	1181,13	0,800	137,043
06	1612,46	3135,73	1177,44	-0,382	145,469
07	1710,39	2888,35	1194,31	0,699	160,318
08	1499,56	3156,17	1167,66	0,275	186,384
09	1376,44	3021,46	1162,44	-0,858	213,881
10	1587,68	2760,24	1193,28	-1,002	232,039
11	1368,12	2895,56	1169,53	0,003	240,505
12	1831,68	2995,04	1188,83	0,238	243,375
13	1702,12	2763,02	1195,28	1,233	255,948
14	1823,41	2869,87	1197,27	-0,705	265,048
15	1359,76	2768,77	1173,11	0,146	319,681
16	1815,16	2744,72	1197,58	-0,183	335,769
Parâmetros do polinômio de 3º grau ajustado					
$a_1 = 1184,6041600592$		$a_2 = 0,0580146522$		$a_3 = -0,0643737391$	
$a_4 = 0,0000148268$		$a_5 = -0,0001753977$		$a_6 = -0,0000394702$	
$a_7 = -0,0000001988$		$a_8 = -0,0000000802$		$a_9 = 0,0000004087$	
$a_{10} = 0,0000000648$					
Coordenada Altimétrica determinada: 1184,604 m					
Diferença de altura: 1,682 m					
Média dos resíduos: 0,737 m					

FIGURA 56 - Distribuição espacial dos pontos de controle em relação ao ponto a ser interpolado numa superfície com menor variação de altura e maior intervalo entre os pontos de controle



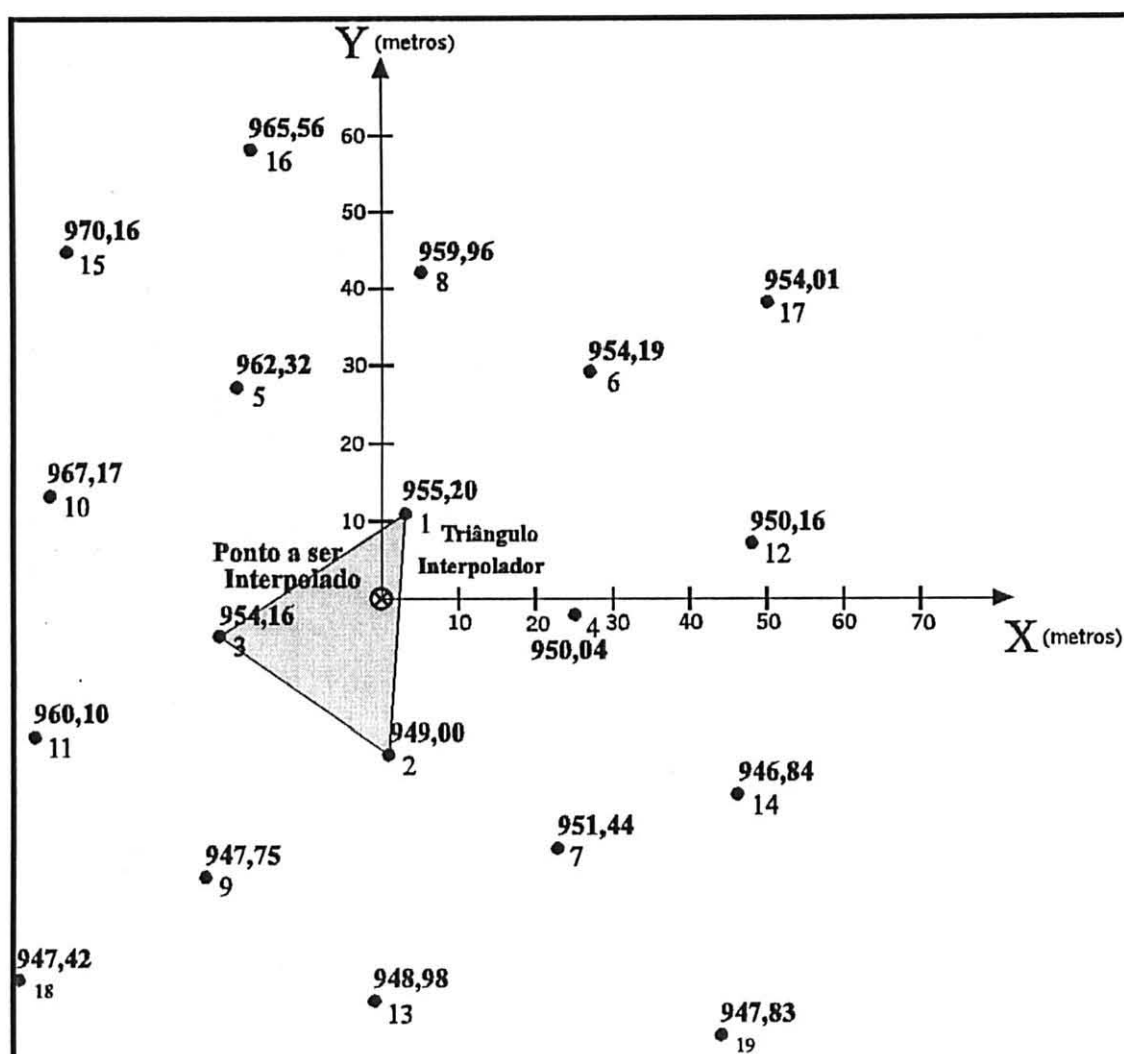
Analisando-se os resultados apresentados na tabela 14, verifica-se que a função matemática ajustou-se bem a superfície amostrada e, apesar do maior intervalo entre os pontos de controles foi possível a caracterização do relevo da área amostrada, como mostra o valor da diferença de altura. Os maiores resíduos do ajustamento encontram-se nos dois pontos mais próximos ao ponto interpolado, ficando a diferença da altura determinada com dimensão equivalente a estes resíduos.

A tabela 15 e figura 57 mostram a aplicação do procedimento de interpolação numa superfície amostrada na parte inferior da região do campo de calibração onde se tem menores alturas nos pontos de controle.

TABELA 15 - Resultados obtidos da interpolação altimétrica com polinômio de 3º grau, aplicado numa superfície obtida da parte inferior do campo de calibração de câmaras

Ponto a ser interpolado: 128					
Coordenadas planas (X,Y): Xo= 2373,646 Yo= 1891,227					
Coordenada altimétrica conhecida: 954,272 m					
Intervalo médio entre pontos de controle: 30,00 m					
Pto	X (m)	Y (m)	Z (m)	Resíduo Z	Afast. do Centro
01	2376,50	1902,02	955,20	-0,388	11,164
02	2374,45	1870,96	949,00	1,842	20,283
03	2352,60	1886,26	954,16	1,321	21,624
04	2398,52	1889,54	950,04	1,313	24,931
05	2354,68	1917,78	962,32	-1,569	32,631
06	2400,56	1920,60	954,19	1,294	39,839
07	2396,44	1858,03	951,44	-2,068	40,269
08	2378,54	1933,07	959,96	-0,600	42,128
09	2350,53	1854,76	947,75	1,351	43,176
10	2330,97	1904,68	967,17	-0,675	44,746
11	2328,92	1873,64	960,10	-1,451	48,060
12	2421,93	1897,96	950,16	-1,492	48,751
13	2372,37	1839,45	948,98	-1,661	51,793
14	2419,86	1866,67	946,84	0,031	52,333
15	2333,03	1935,74	970,16	1,532	60,258
16	2356,76	1949,30	965,56	-0,566	60,478
17	2424,00	1929,24	954,01	0,313	63,091
18	2326,84	1842,11	947,42	0,461	67,848
19	2417,80	1835,39	947,83	1,013	71,185
Parâmetros do polinômio de 3º grau ajustado					
$a_1 = 953,5596126365$		$a_2 = -0,0907405861$		$a_3 = 0,1400638585$	
$a_4 = -0,0019531624$		$a_5 = 0,0013678549$		$a_6 = 0,0003290539$	
$a_7 = 0,0000267040$		$a_8 = 0,0000336965$		$a_9 = -0,0000018555$	
$a_{10} = -0,0000401030$					
Coordenada Altimétrica determinada: 953,560 m					
Diferença de altura: 0,712 m					
Média dos resíduos: 1,102 m					

FIGURA 57 - Distribuição espacial dos pontos de controle em relação ao ponto a ser interpolado numa superfície da parte inferior do campo de calibração de câmaras



Analisando-se os resultados apresentados na tabela 15, verifica-se que a função matemática ajustou-se bem na superfície amostrada pelos pontos de controle que caracterizaram de forma adequada o relevo da região, pois o valor determinado para a altura do ponto encontra-se próximo do valor real.

4.2.2 Superfície triangular plana

Como já visto no item 3.2.2.2, trata-se de um procedimento de interpolação que se utiliza da estruturação dos pontos de controle em forma de triangulação. Cada triângulo é tratado de forma independente e naquele onde o ponto a ser interpolado está contido, aproxima-se sua face por um plano médio passante pelos três pontos definidores do mesmo. Numa dada posição no interior do triângulo tem-se a altura do plano médio, definindo a altura do ponto a ser interpolado. Matematicamente esta condição é dada pela função (91), após a exata determinação dos coeficientes com somente as informações contidas no triângulo.

Para verificar o desempenho do procedimento de interpolação proposto, aplicou-se nos mesmos testes realizados no item 4.2.1 e apresenta-se os resultados nas tabelas 16, 17, 18, 19, 20 e 21.

TABELA 16 - Resultados obtidos da interpolação altimétrica com a superfície triangular plana, aplicado numa região de relevo altamente acidentado

Ponto a ser interpolado: 101			
Coordenadas planas (X,Y): X _o = 2552,667 Y _o = 2556,372			
Coordenada altimétrica conhecida: 1200,034			
Pontos definidores do triângulo, conforme figura 51			
Pto	Coord. X (m)	Coord. Y (m)	Coord. Z (m)
01	2556,30	2549,16	1185,55
02	2534,95	2572,06	1199,05
03	2558,35	2580,44	1203,79
Parâmetros definidores do plano médio			
a = -0,0064132		b = 0,5835405	C = -285,5939963
Coordenada altimétrica determinada: 1189,782 m			
Diferença de altura: 10.252 m			

Como já mencionado no item 4.2.1, por tratar-se de um caso particular de relevo (plano cortado por uma escarpa) e ainda, tendo a amostragem de pontos de controle sido insuficiente para a caracterização do relevo, verifica-se que o procedimento proposto para a interpolação não obteve sucesso, pois neste procedimento, a

determinação altimétrica ocorre como se existisse uma ponderação diretamente proporcional a distância do ponto a ser interpolado ao vértice mais próximo do triângulo.

No exemplo acima, o ponto 101 se encontra mais próximo do vértice 01 (1185,55 m), que exerceu maior influência na altitude interpolada (ver figura 51). Este ponto apesar de mais próximo ao ponto interpolado, tem sua altura bem diferente deste, por encontrar-se próximo a escarpa que apresenta variações abruptas de altura.

TABELA 17 - Resultados obtidos da interpolação altimétrica com a superfície triangular plana, aplicado numa região de relevo altamente acidentado com maior densificação de pontos de controle

Ponto a ser interpolado: 101			
Coordenadas planas (X,Y): X ₀ = 2552,667 Y ₀ = 2556,372			
Coordenada altimétrica conhecida: 1200,034			
Pontos definidores do triângulo, conforme figura 52			
Pto	Coord. X (m)	Coord. Y (m)	Coord. Z (m)
01	2551,83	2553,28	1199,57
02	2552,37	2560,83	1200,97
03	2557,17	2560,15	1200,56
Parâmetros definidores do plano médio			
a= -0,0585541		b= 0,1896184	C= 864,8410345
Coordenada altimétrica determinada: 1200,107 m			
Diferença de altura: 0,073 m			

Neste caso, como foi realizado uma densificação de pontos de controle ao redor do ponto a ser interpolado, resultou um triângulo de pequenas dimensões, tendo em seus vértices altitudes semelhantes ao valor real do ponto interpolado (ver figura 52), ficando evidente o bom comportamento do procedimento proposto para interpolação.

Verifica-se neste teste que este procedimento de interpolação por utilizar-se de uma superfície localizada ao redor do ponto, conseguiu obter melhor resultado que o procedimento de interpolação polinomial de 3º grau, pois necessitando de maior número de pontos de controle, resultou uma superfície com grande variação de altura, imprópria ao modelamento matemático polinomial de 3º grau.

TABELA 18 - Resultados obtidos da interpolação altimétrica com a superfície triangular plana, aplicado numa região com menor variação de altura

Ponto a ser interpolado: 109			
Coordenadas planas (X,Y): X _o = 1703,621 Y _o = 2307,988			
Coordenada altimétrica conhecida: 1183,239			
Pontos definidores do triângulo, conforme figura 53			
Pto	Coord. X (m)	Coord. Y (m)	Coord. Z (m)
01	1695,24	2312,57	1182,87
02	1718,70	2321,71	1183,54
03	1716,64	2290,41	1183,85
Parâmetros definidores do plano médio			
a = 0,0332710		b = -0,0120939	C = 1154,4355768
Coordenada altimétrica determinada: 1183,204 m			
Diferença de altura: 0,035 m			

A tabela 18 mostra que o ponto 109 encontra-se no interior de uma superfície triangular que possui pequena variação altimétrica e de distância entre os vértices constituintes. Desta forma, pode-se considerar que a superfície amostrada seja realmente um plano, levando-se a concluir que as chances de sucesso do interpolador sejam quase que evidentes. O resultado obtido no cálculo da altura do ponto comprovam o pressuposto.

Os testes já realizados mostram que este procedimento de interpolação funciona muito bem, mesmo que aplicado numa região que tenha grande variação de relevo, entretanto é recomendável utilizar uma malha densa de pontos de controle, de forma que as faces dos triângulos amostrados possam ser aproximados por um plano.

A tabela 19 mostra a aplicação do procedimento de interpolação para uma malha não densa de pontos de controle.

TABELA 19 - Resultados obtidos da interpolação altimétrica com a superfície triangular plana, aplicado numa região com maior variação de altura, tendo um conjunto de pontos de controle bem espaçados

Ponto a ser interpolado: 109			
Coordenadas planas (X,Y): Xo= 1703,621 Yo= 2307,988			
Coordenada altimétrica conhecida: 1183,239			
Pontos definidores do triângulo, conforme figura 54			
Pto	Coord. X (m)	Coord. Y (m)	Coord. Z (m)
01	1669,04	2261,71	1180,76
02	1677,30	2386,78	1185,61
03	1782,13	2244,07	1149,65
Parâmetros definidores do plano médio			
$a = -0,2662986$		$b = 0,0563654$	$C = 1497,7407850$
Coordenada altimétrica determinada: 1174,160 m			
Diferença de altura: 9,079 m			

Analisando-se a tabela 109 e figura 54, verifica-se que o ponto 109 encontra-se numa posição quase que central em relação aos vértices do triângulo interpolador. As distâncias entre vértices e as suas altitudes mostram que é muito provável que a superfície interna do triângulo não coincida com um plano. Ao ajustar um plano médio pelos três pontos, pode-se ter um erro na interpolação, que é função da variação de relevo no interior do triângulo. O valor determinado da altura do ponto, mostra que o procedimento falhou, principalmente pela falta de pontos de controle na definição da superfície e pela posição do ponto no interior do triângulo, pois se estivesse mais próximo a um dos vértices, obter-se-ia uma redução do erro, dada pela influência da altura do vértice mais próximo no interpolador.

TABELA 20 - Resultados obtidos da interpolação altimétrica com a superfície triangular plana, aplicado numa região com menor variação de altura, tendo um conjunto de pontos de controle bem espaçados

Ponto a ser interpolado: 104			
Coordenadas planas (X,Y): X _o = 1588,321 Y _o = 2992,278			
Coordenada altimétrica conhecida: 1186,286			
Pontos definidores do triângulo, conforme figura 55			
Pto	Coord. X (m)	Coord. Y (m)	Coord. Z (m)
01	1582,08	3021,56	1184,18
02	1595,95	2885,40	1191,86
03	1718,69	3014,06	1187,30
Parâmetros definidores do plano médio			
a = 0,0198531		b = -0,0543819	C = 1317,0888831
Coordenada altimétrica determinada: 1185,896 m			
Diferença de altura: 0,390 m			

Analisando-se a tabela 104 e figura 55, verifica-se que o triângulo interpolador deste ponto tem dimensões similares ao teste anterior, porém em termos de vantagens para o interpolador tem-se uma menor variação de altura entre os vértices, e o ponto a interpolar encontra-se mais próximo de um dos vértices. Estas condições determinam grande possibilidade de sucesso do interpolador, a menos que exista uma enorme variação do relevo na região interna do triângulo. O resultado obtido no cálculo da altitude do ponto comprova as vantagens citadas, podendo ser consideradas, na maioria dos casos de utilização deste procedimento, como os pré-requisitos para se ter sucesso no interpolador.

TABELA 21 - Resultados obtidos da interpolação altimétrica com a superfície triangular plana, aplicado numa região obtida da parte inferior do campo de calibração de câmaras

Ponto a ser interpolado: 128			
Coordenadas planas (X,Y): X _o = 2373,646 Y _o = 1891,227			
Coordenada altimétrica conhecida: 954,272			
Pontos definidores do triângulo, conforme figura 56			
Pto	Coord. X (m)	Coord. Y (m)	Coord. Z (m)
01	2376,50	1902,02	955,20
02	2374,45	1870,96	949,00
03	2352,60	1886,26	954,16
Parâmetros definidores do plano médio			
a = -0,0921228		b = 0,2056939	C = 782,8960244
Coordenada altimétrica determinada: 953,243 m			
Diferença de altura: 1,029 m			

A figura 56 mostra que o ponto 128 encontra-se no interior de um triângulo que pela distribuição espacial dos pontos e suas alturas, conclui-se que a superfície real sobre a face tem na direção dos pontos 1 e 3 uma pequena rampa de pouca declividade (provavelmente uma estrada), e na direção do ponto 2 desce outra rampa com maior declividade. O ponto 128, por ser um marco de alvenaria pré-sinalizado, é certo que se encontra-se na região de menor declividade (margem da estrada). Aproximando-se um plano médio passante pelos três pontos, implica num erro para menos na altura calculada pelo interpolador. A altura determinada (953,243 m) comprova o que se conclui graficamente. Desta forma pode-se dizer que o interpolante falhou por falta de informação a respeito da conformação de relevo existente na periferia do ponto a interpolar.

Comparando-se os resultados obtidos com os dois procedimentos de interpolação apresentados, verifica-se que o modelo da superfície triangular plana alcançou melhores resultados na maioria dos testes realizados ou no mínimo chegou a valores equivalentes. Desta forma, pode-se considerar que se trata de um procedimento de interpolação que apresenta melhor desempenho do que o modelo polinomial de 3º grau.

4.2.3 Superfície triangular de 3º grau contínua

Como já visto no item 3.2.2.3, este procedimento de interpolação também se utiliza de uma estruturação dos pontos de controle em forma de triangulação e o ponto a ser interpolado encontra-se no interior de um triângulo. Admite-se neste caso que a face do triângulo possa ser aproximado por um polinômio bivariado de terceiro grau (90) e a transição entre os triângulos adjacentes ocorra nos respectivos pontos de forma contínua e harmoniosa.

Determinando-se a superfície matemática com as informações contidas no triângulo (ver item 3.2.2.3), a altura do ponto a ser interpolado é calculada em função da sua posição relativa aos vértices do triângulo.

Para verificar o desempenho do procedimento de interpolação proposto, aplicou-se nos mesmos testes realizados no item 4.2.2, e apresenta-se os resultados nas tabelas 22, 23, 24, 25, 26 e 27.

TABELA 22 - Resultados obtidos da interpolação altimétrica com a superfície triangular de 3º grau contínua, aplicado numa região de relevo altamente acidentado

Ponto a ser interpolado: 101			
Coordenadas planas (X,Y): X _o = 2552,667 m Y _o = 2556,372 m			
Coordenada altimétrica conhecida: 1200,034 m			
Ponto 01 X (m): 2556,30 Y (m) : 2549,16			
Z1 = 1185,55	Res. = 0,000	$\partial Z1/\partial x = 0,0130665$	Res. = 0,000
$\partial Z1/\partial y = -0,6356635$	Res. = 0,002	$\partial^2 Z1/\partial x^2 = -0,0037373$	Res. = 0,003
$\partial^2 Z1/\partial y^2 = 0,0045703$	Res. = 0,010	$\partial^2 Z1/\partial x y = 0,0004513$	Res. = 0,002
Ponto 02 X (m): 2534,95 Y (m) : 2572,06			
Z2 = 1199,05	Res. = 0,000	$\partial Z2/\partial x = 0,0646654$	Res. = 0,002
$\partial Z2/\partial y = 0,4690474$	Res. = 0,001	$\partial^2 Z2/\partial x^2 = -0,0046021$	Res. = 0,009
$\partial^2 Z2/\partial y^2 = -0,022219$	Res. = 0,001	$\partial^2 Z2/\partial x y = -0,002942$	Res. = 0,009
Ponto 03 X (m): 2558,35 Y (m) : 2580,44			
Z3 = 1203,79	Res. = 0,000	$\partial Z3/\partial x = -0,0238022$	Res. = 0,003
$\partial Z3/\partial y = 0,2439689$	Res. = 0,003	$\partial^2 Z3/\partial x^2 = -0,0003829$	Res. = 0,012
$\partial^2 Z3/\partial y^2 = -0,0223319$	Res. = 0,017	$\partial^2 Z3/\partial x y = 0,0001313$	Res. = 0,004
Parâmetros do polinômio de 3º grau ajustado			
a ₁ = 1190,3084249337	a ₂ = 0,0321492298	a ₃ = 0,6900368332	
a ₄ = 0,0022942252	a ₅ = -0,0004846543	a ₆ = 0,0012624320	
a ₇ = -0,0001734768	a ₈ = -0,0000788379	a ₉ = -0,0002815824	
a ₁₀ = -0,0001012162			
Coordenada Altimétrica determinada: 1190,308 m			
Diferença de altura: 9,726 m			

Como já mencionado, por tratar-se de um caso particular de relevo (plano cortado por uma escarpa) e ainda, tendo a amostragem de pontos de controle sido insuficiente para a caracterização do relevo, verifica-se que neste procedimento a interpolação, também não obteve sucesso.

Da figura 51 verifica-se que o ponto 101 encontra-se mais próximo do vértice 01 ligado com a escarpa da região. A maioria dos pontos de controle vizinhos ao vértice 01, possuem altura menor que a sua. Sabendo-se que este procedimento leva em conta a continuidade das superfícies geradas e o gradiente do relevo vizinho, conclui-se

facilmente que não existem informações suficientes para que o procedimento de interpolação obtenha sucesso. O valor da altura calculada comprova o pressuposto.

Os resíduos obtidos no ajustamento, referentes as derivadas de segunda ordem da função no ponto, com relação as direções principais não são bons. Os valores das derivadas parciais nos vértices do triângulo, conforme explicado no item 3.2.2.3 são aproximados, obtidos a partir de uma função polinomial de 2ª ordem.

TABELA 23 - Resultados obtidos da interpolação altimétrica com a superfície triangular de 3º grau contínua, aplicado numa região de relevo altamente acidentado com maior densificação de pontos de controle

Ponto a ser interpolado: 101			
Coordenadas planas (X,Y): X ₀ = 2552,667 m Y ₀ = 2556,372 m			
Coordenada altimétrica conhecida: 1200,034 m			
Ponto 01 X (m): 2551,83 Y (m) : 2553,28			
Z ₁ = 1199,57	Res. = -0,062	$\partial Z_1/\partial x = 0,1212518$	Res. = -0,057
$\partial Z_1/\partial y = 0,6400130$	Res. = -0,196	$\partial^2 Z_1/\partial x^2 = -0,0316961$	Res. = -0,081
$\partial^2 Z_1/\partial y^2 = 0,0121654$	Res. = -0,171	$\partial^2 Z_1/\partial x y = 0,0013088$	Res. = -0,029
Ponto 02 X (m): 2552,37 Y (m) : 2560,83			
Z ₂ = 1200,97	Res. = 0,036	$\partial Z_2/\partial x = 0,0900720$	Res. = -0,047
$\partial Z_2/\partial y = 0,5896426$	Res. = -0,189	$\partial^2 Z_2/\partial x^2 = -0,0234008$	Res. = -0,005
$\partial^2 Z_2/\partial y^2 = -0,0319218$	Res. = 0,203	$\partial^2 Z_2/\partial x y = -0,0001473$	Res. = 0,031
Ponto 03 X (m): 2557,17 Y (m) : 2560,15			
Z ₃ = 1200,56	Res. = 0,026	$\partial Z_3/\partial x = -0,0223520$	Res. = -0,052
$\partial Z_3/\partial y = 0,6120563$	Res. = -0,066	$\partial^2 Z_3/\partial x^2 = -0,0234008$	Res. = 0,019
$\partial^2 Z_3/\partial y^2 = -0,0319218$	Res. = 0,205	$\partial^2 Z_3/\partial x y = 0,0001473$	Res. = 0,077
Parâmetros do polinômio de 3º grau ajustado			
a ₁ = 1200,2211149098	a ₂ = -0,0506765902	a ₃ = 0,0999570185	
a ₄ = 0,0033897054	a ₅ = -0,0370417608	a ₆ = -0,0167871320	
a ₇ = 0,0052877883	a ₈ = 0,0035187625	a ₉ = 0,0077269374	
a ₁₀ = 0,0010983184			
Coordenada Altimétrica determinada: 1200,221 m			
Diferença de altura: 0,187 m			

Como já mencionado no item 4.2.2, tem-se neste caso um triângulo interpolador de pequenas dimensões, provenientes da densificação de pontos de controle realizada ao redor do ponto a ser interpolado. Dada a pequena dimensão do triângulo interpolador e as informações contidas nos seus vértices, verifica-se facilmente que a superfície coincidente com a face do triângulo aproxima-se de um plano.

Nestê procedimento ajusta-se a função polinomial de 3º grau, com a superfície coincidente com a face do triângulo, considerando as informações de continuidade e do gradiente em cada vértice do triângulo. Devido as reduzidas dimensões do triângulo interpolador, não se verificou nenhuma influência negativa na determinação da altura do ponto, apesar da superfície plana do triângulo encontrar-se nas proximidades da escarpa que apresenta variações abruptas nas alturas dos pontos de controle, vizinhos ao vértice mais próximo ao ponto a ser interpolado.

Quanto ao fato de se ajustar a função matemática de 3º grau, numa face triangular, onde a superfície real se aproxima bastante de um plano, não prejudica o procedimento, pois o ajustamento matemático desconsidera os parâmetros não significativos da função, moldando-a de forma mais apropriada com as condições de contorno estabelecidas.

Analizando-se a matriz variância-covariância proveniente do ajustamento, apresenta-se os valores de precisões dos parâmetros determinados da função matemática, porém não se pode confiar muito nestes resultados, por não se conhecer a precisão das observações (altura dos pontos de controle e dos valores aproximados das derivadas parciais). Considerando observações não correlacionadas e o peso das observações como identidade, tem-se:

$\sigma_{a_1} = 0,2275$ (valor significativo)	$\sigma_{a_2} = 0,1090$ (valor não significativo)
$\sigma_{a_3} = 0,0605$ (valor significativo)	$\sigma_{a_4} = 0,0346$ (valor não significativo)
$\sigma_{a_5} = 0,0422$ (valor não significativo)	$\sigma_{a_6} = 0,0165$ (valor não significativo)
$\sigma_{a_7} = 0,0101$ (valor não significativo)	$\sigma_{a_8} = 0,0089$ (valor não significativo)

$$\sigma_{a_9} = 0,0033 \text{ (valor significativo)}$$

$$\sigma_{a_{10}} = 0,0058 \text{ (valor não significativo)}$$

Considerou-se parâmetro não significativo na função matemática, aquele em que o valor da precisão da determinação do parâmetro foi superior ao valor do parâmetro. Então, admitindo-se estas novas condições, a função polinomial de 3º grau toma a seguinte forma:

$$Z(x,y) = a_1 + a_3y + a_9y^3 \quad (110)$$

Analisando-se a figura 52, verifica-se, na superfície do triângulo interpolador, que a variação de altura ocorre em maior intensidade na direção do eixo Y.

TABELA 24 - Resultados obtidos da interpolação altimétrica com superfície triangular de 3º grau contínua , aplicado numa região com menor variação de altura

Ponto a ser interpolado: 109			
Coordenadas planas (X,Y): X _o = 1703,621 m Y _o = 2307,988 m			
Coordenada altimétrica conhecida: 1183,239 m			
Ponto 01 X (m): 1695,24 Y (m) : 2312,57			
Z1 = 1182,87	Res. = 0,000	$\partial Z1/\partial x = -0,0009151$	Res. = 0,004
$\partial Z1/\partial y = 0,0845842$	Res. = -0,003	$\partial^2 Z1/\partial x^2 = -0,0022937$	Res. = 0,011
$\partial^2 Z1/\partial y^2 = -0,0034045$	Res. = 0,021	$\partial^2 Z1/\partial x y = -0,0017942$	Res. = -0,011
Ponto 02 X (m): 1718,70 Y (m) : 2321,71			
Z2 = 1183,54	Res. = 0,000	$\partial Z2/\partial x = -0,0427168$	Res. = 0,001
$\partial Z2/\partial y = 0,1050368$	Res. = -0,005	$\partial^2 Z2/\partial x^2 = -0,0046706$	Res. = -0,002
$\partial^2 Z2/\partial y^2 = -0,0053916$	Res. = 0,030	$\partial^2 Z2/\partial x y = 0,0021955$	Res. = -0,005
Ponto 03 X (m): 1716,64 Y (m) : 2290,41			
Z3 = 1183,85	Res. = -0,001	$\partial Z3/\partial x = -0,1015052$	Res. = 0,002
$\partial Z3/\partial y = 0,1741319$	Res. = -0,007	$\partial^2 Z3/\partial x^2 = -0,0044168$	Res. = -0,018
$\partial^2 Z3/\partial y^2 = -0,0030183$	Res. = -0,027	$\partial^2 Z3/\partial x y = 0,0025991$	Res. = 0,006
Parâmetros do polinômio de 3º grau ajustado			
a ₁ = 1183,2478837566	a ₂ = 0,0757525509	a ₃ = -0,0511217556	
a ₄ = -0,0059239043	a ₅ = -0,0006129724	a ₆ = 0,0032683522	
a ₇ = 0,0002836043	a ₈ = -0,0001942764	a ₉ = 0,0002947408	
a ₁₀ = -0,0001439443			
Coordenada Altimétrica determinada: 1183,248 m			
Diferença de altura: 0,009 m			

Na figura 53, verifica-se que dadas as dimensões do triângulo interpolador e das alturas dos seus vértices, pode-se considerar que sua face, correspondente a uma pequena região do campo de calibração de câmaras seja uma superfície plana. As alturas dos pontos de controle vizinhos ao triângulo interpolador, comprovam que a região amostrada é relativamente plana. Analisando-se os resultados apresentados na tabela 24, verifica-se que o procedimento matemático ajustou corretamente a superfície matemática de 3º grau e por tratar-se de uma pequena superfície definida pelo triângulo

interpolador e também de uma região relativamente plana não se tem variações significantes com os valores obtidos no procedimento apresentado no item 4.2.2 (superfície triangular plana).

TABELA 25 - Resultados obtidos da interpolação altimétrica com a superfície triangular de 3º grau contínua, aplicada numa região com maior variação de altura, tendo um conjunto de pontos de controle bem espaçados

Ponto a ser interpolado: 109			
Coordenadas planas (X,Y): X ₀ = 1703,621 m Y ₀ = 2307,988 m			
Coordenada altimétrica conhecida: 1183,239 m			
Ponto 01 X (m): 1669,04 Y (m) : 2261,71			
Z1 = 1180,76	Res. = 0,000	$\partial Z1/\partial x = -0,1518361$	Res. = 0,000
$\partial Z1/\partial y = 0,2594328$	Res. = 0,000	$\partial^2 Z1/\partial x^2 = -0,0014531$	Res. = -0,001
$\partial^2 Z1/\partial y^2 = -0,0024066$	Res. = -0,005	$\partial^2 Z1/\partial x y = 0,0018617$	Res. = -0,002
Ponto 02 X (m): 1677,30 Y (m) : 2386,78			
Z2 = 1185,61	Res. = 0,000	$\partial Z2/\partial x = -0,0122618$	Res. = 0,000
$\partial Z2/\partial y = 0,0834099$	Res. = 0,000	$\partial^2 Z2/\partial x^2 = -0,0001818$	Res. = 0,001
$\partial^2 Z2/\partial y^2 = -0,0010376$	Res. = 0,005	$\partial^2 Z2/\partial x y = 0,0004388$	Res. = 0,002
Ponto 03 X (m): 1782,13 Y (m) : 2244,07			
Z3 = 1149,65	Res. = 0,000	$\partial Z3/\partial x = -0,2313305$	Res. = 0,000
$\partial Z3/\partial y = 0,4402351$	Res. = 0,000	$\partial^2 Z3/\partial x^2 = -0,0007625$	Res. = 0,002
$\partial^2 Z3/\partial y^2 = -0,0016945$	Res. = -0,004	$\partial^2 Z3/\partial x y = 0,0013073$	Res. = 0,000
Parâmetros do polinômio de 3º grau ajustado			
a ₁ = 1180,6585360657	a ₂ = -0,1754779582	a ₃ = 0,0546784860	
a ₄ = 0,0014762468	a ₅ = -0,0000510604	a ₆ = -0,0010906238	
a ₇ = 0,0000119833	a ₈ = 0,0000130775	a ₉ = 0,0000153055	
a ₁₀ = 0,0000061269			
Coordenada Altimétrica determinada: 1180,658 m			
Diferença de altura: 2,581 m			

Na figura 54 verifica-se que o ponto 109 encontra-se próximo da região central do triângulo interpolador. O resultado obtido na determinação da altura do ponto, no procedimento de interpolação anterior (superfície triangular plana), mostra que a superfície interna ao triângulo não se aproxima de um plano passante pelos três pontos.

Ajustando-se o modelo polinomial de 3º grau na superfície triangular, com as informações de continuidade do gradiente em cada vértice, obtidas dos pontos de controle vizinhos ao triângulo, verifica-se uma grande melhora no valor calculado na altura do ponto.

O teste mostra que a distribuição de pontos de controle existentes na região não são suficientes para a caracterização do tipo de relevo. A utilização de mais pontos de controle, na obtenção dos valores das derivadas aproximadas de 1ª e 2ª ordem, permitiu melhorar a representação matemática da superfície interna ao triângulo.

Apesar do procedimento de interpolação não obter o valor desejável da altura do ponto, conclui-se que este apresenta muito bom desempenho quando aplicado em superfícies não bem caracterizadas pelos pontos de controle, pois considerando as informações de vizinhança para a determinação aproximada da continuidade e do gradiente dos vértices, e utilizando-se de uma função matemática mais “moldável”, aumenta as possibilidades de melhor caracterização matemática do relevo no limite da superfície triangular.

TABELA 26 - Resultados obtidos da interpolação altimétrica com a superfície triangular de 3º grau contínua, aplicado numa região com menor variação de altura, tendo um conjunto de pontos de controle bem espaçados

Ponto a ser interpolado: 104			
Coordenadas planas (X,Y): X ₀ = 1588,321 m Y ₀ = 2992,278 m			
Coordenada altimétrica conhecida: 1186,286 m			
Ponto 01 X (m): 1582,08 Y (m) : 3021,56			
Z1 = 1184,18	Res. = 0,000	$\partial Z1/\partial x = 0,0618307$	Res. = 0,000
$\partial Z1/\partial y = -0,0593377$	Res. = 0,000	$\partial^2 Z1/\partial x^2 = -0,0003678$	Res. = -0,001
$\partial^2 Z1/\partial y^2 = 0,0000131$	Res. = 0,000	$\partial^2 Z1/\partial x y = 0,0000414$	Res. = 0,000
Ponto 02 X (m): 1595,95 Y (m) : 2885,40			
Z2 = 1191,86	Res. = 0,000	$\partial Z2/\partial x = 0,0563715$	Res. = 0,000
$\partial Z2/\partial y = -0,0363237$	Res. = 0,000	$\partial^2 Z2/\partial x^2 = -0,0003214$	Res. = 0,000
$\partial^2 Z2/\partial y^2 = -0,0003732$	Res. = 0,000	$\partial^2 Z2/\partial x y = 0,0000465$	Res. = 0,000
Ponto 03 X (m): 1718,69 Y (m) : 3014,06			
Z3 = 1187,30	Res. = 0,000	$\partial Z3/\partial x = 0,0145649$	Res. = 0,000
$\partial Z3/\partial y = -0,0632146$	Res. = 0,000	$\partial^2 Z3/\partial x^2 = -0,0003781$	Res. = 0,001
$\partial^2 Z3/\partial y^2 = -0,0002533$	Res. = 0,000	$\partial^2 Z3/\partial x y = -0,0000123$	Res. = 0,000
Parâmetros do polinômio de 3º grau ajustado			
a ₁ = 1186,2496286299	a ₂ = 0,0537223818	a ₃ = -0,0572848766	
a ₄ = 0,0000103214	a ₅ = -0,0005227766	a ₆ = -0,0000444148	
a ₇ = -0,0000006480	a ₈ = 0,0000009033	a ₉ = 0,0000003763	
a ₁₀ = 0,0000019639			
Coordenada Altimétrica determinada: 1186,250 m			
Diferença de altura: 0,036 m			

Analisando-se a figura 55, verifica-se que se trata de uma região amostrada com maior intervalo entre pontos de controle. De forma similar ao teste anterior, o triângulo interpolador tem quase que as mesmas dimensões do anterior, porém a região apresenta uma conformação de relevo menos acidentado.

Este ponto, no procedimento de interpolação baseado na superfície triangular plana, pelas características do triângulo interpolador e da posição do ponto a ser

interpolado no interior do triângulo obteve-se bom resultado na determinação altimétrica.

Como já mencionado, neste procedimento de interpolação tem-se informações e modelo matemático que possibilitam melhor representação matemática do relevo existente na superfície triangular. Por ser uma região de relevo relativamente plano, o grande espaçamento entre os pontos de controle não prejudicou a determinação altimétrica do ponto, mostrando que em regiões menos acidentadas pode-se utilizar de uma amostragem de pontos de controle menos densa para a representação do relevo.

O valor obtido na determinação altimétrica do ponto (1186,250 m), mostra que houve uma pequena melhora em relação ao procedimento de superfície triangular plana.

TABELA 27 - Resultados obtidos da interpolação altimétrica com a superfície triangular de 3º grau contínua, aplicado numa região obtida da parte inferior do campo de calibração de câmaras

Ponto a ser interpolado: 128			
Coordenadas planas (X,Y): X _o = 2373,646 m Y _o = 1891,227 m			
Coordenada altimétrica conhecida: 954,272 m			
Ponto 01 X (m): 2376,50 Y (m) : 1902,02			
Z1 = 955,20	Res. = 0,000	$\partial Z1/\partial x = -0,1613458$	Res. = 0,002
$\partial Z1/\partial y = 0,1831556$	Res. = 0,003	$\partial^2 Z1/\partial x^2 = 0,0035292$	Res. = -0,011
$\partial^2 Z1/\partial y^2 = 0,0035292$	Res. = -0,012	$\partial^2 Z1/\partial xy = -0,0045033$	Res. = -0,004
Ponto 02 X (m): 2374,45 Y (m) : 1870,96			
Z2 = 949,00	Res. = 0,000	$\partial Z2/\partial x = -0,0937320$	Res. = 0,001
$\partial Z2/\partial y = 0,0953622$	Res. = 0,002	$\partial^2 Z2/\partial x^2 = 0,0026075$	Res. = -0,003
$\partial^2 Z2/\partial y^2 = 0,0026075$	Res. = 0,012	$\partial^2 Z2/\partial xy = -0,0036063$	Res. = 0,009
Ponto 03 X (m): 2352,60 Y (m) : 1886,26			
Z3 = 954,16	Res. = 0,000	$\partial Z3/\partial x = -0,2262709$	Res. = 0,003
$\partial Z3/\partial y = 0,2344780$	Res. = 0,001	$\partial^2 Z3/\partial x^2 = 0,0058152$	Res. = 0,011
$\partial^2 Z3/\partial y^2 = 0,0019282$	Res. = 0,011	$\partial^2 Z3/\partial xy = -0,0053794$	Res. = 0,007
Parâmetros do polinômio de 3º grau ajustado			
a ₁ = 953,0603348538	a ₂ = -0,0768119635	a ₃ = 0,2502696837	
a ₄ = -0,0037217863	a ₅ = -0,0013276230	a ₆ = 0,0001750799	
a ₇ = -0,0000813131	a ₈ = -0,0002218158	a ₉ = -0,0001218377	
a ₁₀ = -0,0001491378			
Coordenada Altimétrica determinada: 953,060 m			
Diferença de altura: 1,212 m			

Como já visto no item 4.2.2, este ponto encontra-se numa posição particular da superfície real (margem de uma estrada, que corta uma rampa no sentido transversal). Analisando-se os pontos de controle próximos aos vértices do triângulo, verifica-se na parte externa do triângulo, do lado formado pelos vértice 01 e 03 a existência de pontos de controle com alturas superiores a estes vértices, e para a direção externa ao vértice 02 pontos de controle com alturas inferiores. Entretanto, não existem informações adicionais que mostram a existência de uma estrada na região.

Ajustando-se a função polinomial de 3º grau na superfície do triângulo interpolador, com as informações de continuidade e do gradiente nos vértices do triângulo, verifica-se que o valor calculado da altura do ponto (953,060 m) sofreu um pequeno rebaixamento, com relação a altura calculada pela superfície triangular plana (953,243 m). Analisando-se a posição espacial do ponto 128 no triângulo e as posições dos pontos de controle vizinhos e suas alturas, conclui-se que a maior vizinhança de pontos de controle com alturas menores que as dos vértices 01 e 03, ocasionou o pequeno rebaixamento do ponto interpolado. Portanto, o procedimento falhou, pois não tinha informações suficientes para levantar o ponto a ser interpolado.

4.2.4 Superfície triangular de 4º grau contínua

Conforme visto no item 3.2.2.4, trata-se de um procedimento de interpolação similar ao apresentado no item 4.2.3. A diferença está na utilização do polinômio bivariado de 4º grau (104) no lugar do polinômio bivariado de 3º grau (90).

Como já mencionado, implementou-se este modelo de interpolação, prevendo a sua aplicação em superfícies amostradas com maior intervalo entre os pontos de controle.

Para verificar o desempenho do procedimento de interpolação proposto, aplicou-se nos mesmos testes realizados no item 4.2.3 e apresenta-se os resultados nas tabelas 28, 29, 30, 31, 32 e 33.

TABELA 28 - Resultados obtidos da interpolação altimétrica com a superfície triangular de 4º grau contínua, aplicado numa região de relevo altamente acidentado

Ponto a ser interpolado: 101			
Coordenadas planas (X,Y): X _o = 2552,667 m Y _o = 2556,372 m			
Coordenada altimétrica conhecida: 1200,034 m			
Ponto 01 X (m): 2556,30 Y (m) : 2549,16			
Z1 = 1185,55	Res. = 0,000	$\partial Z1/\partial x = 0,0130665$	Res. = 0,000
$\partial Z1/\partial y = -0,6356635$	Res. = 0,002	$\partial^2 Z1/\partial x^2 = -0,0037373$	Res. = 0,000
$\partial^2 Z1/\partial y^2 = 0,0045703$	Res. = 0,012	$\partial^2 Z1/\partial xy = 0,0004513$	Res. = 0,001
Ponto 02 X (m): 2534,95 Y (m) : 2572,06			
Z2 = 1199,05	Res. = 0,000	$\partial Z2/\partial x = 0,0646654$	Res. = 0,002
$\partial Z2/\partial y = 0,4690474$	Res. = 0,001	$\partial^2 Z2/\partial x^2 = -0,0046021$	Res. = 0,009
$\partial^2 Z2/\partial y^2 = -0,022219$	Res. = 0,001	$\partial^2 Z2/\partial xy = -0,002942$	Res. = 0,008
Ponto 03 X (m): 2558,35 Y (m) : 2580,44			
Z3 = 1203,79	Res. = 0,000	$\partial Z3/\partial x = -0,0238022$	Res. = 0,003
$\partial Z3/\partial y = 0,2439689$	Res. = 0,003	$\partial^2 Z3/\partial x^2 = -0,0003829$	Res. = -0,010
$\partial^2 Z3/\partial y^2 = -0,0223319$	Res. = -0,013	$\partial^2 Z3/\partial xy = 0,0001313$	Res. = -0,009
Parâmetros do polinômio de 4º grau ajustado			
$a_1 = 1190,3498688095$	$a_2 = 0,0333710757$	$a_3 = 0,6973485756$	
$a_4 = 0,0016533390$	$a_5 = -0,0010965652$	$a_6 = 0,0006970365$	
$a_7 = -0,0000477262$	$a_8 = 0,0000513583$	$a_9 = -0,0003144379$	
$a_{10} = -0,0000065393$	$a_{11} = -0,0000018855$	$a_{12} = -0,0000049632$	
$a_{13} = 0,0000078221$	$a_{14} = 0,0000014501$	$a_{15} = 0,0000017795$	
Coordenada Altimétrica determinada: 1190,350 m			
Diferença de altura: 9,684 m			

Analisando-se os resultados apresentados na tabela 28, verifica-se que o valor determinado da altitude do ponto tem dimensão bem próxima ao valor determinado com a superfície triangular de 3º grau contínua, podendo-se considerar que os dois procedimentos foram equivalentes para este teste. Verifica-se então, que neste caso a substituição do polinômio de 3º grau pelo polinômio de 4º grau não acarretou nenhuma vantagem ou desvantagem ao procedimento de interpolação proposto.

As considerações apresentadas no item 4.2.3 sobre este teste, podem ser admitidas aqui também.

TABELA 29 - Resultados obtidos da interpolação altimétrica com a superfície triangular de 4º grau contínua, aplicado numa região de relevo altamente acidentado com maior densificação de pontos de controle

Ponto a ser interpolado: 101			
Coordenadas planas (X,Y): X _o = 2552,667 m Y _o = 2556,372 m			
Coordenada altimétrica conhecida: 1200,034 m			
Ponto 01 X (m): 2551,83 Y (m) : 2553,28			
Z1 = 1199,57	Res. = -0,051	$\partial Z1/\partial x = 0,1212518$	Res. = -0,047
$\partial Z1/\partial y = 0,6400130$	Res. = -0,190	$\partial^2 Z1/\partial x^2 = -0,0316961$	Res. = -0,034
$\partial^2 Z1/\partial y^2 = 0,0121654$	Res. = -0,233	$\partial^2 Z1/\partial x y = 0,0013088$	Res. = -0,111
Ponto 02 X (m): 2552,37 Y (m) : 2560,83			
Z2 = 1200,97	Res. = 0,032	$\partial Z2/\partial x = 0,0900720$	Res. = -0,023
$\partial Z2/\partial y = 0,5896426$	Res. = -0,140	$\partial^2 Z2/\partial x^2 = -0,0234008$	Res. = -0,009
$\partial^2 Z2/\partial y^2 = -0,0319218$	Res. = 0,178	$\partial^2 Z2/\partial x y = -0,0001473$	Res. = 0,028
Ponto 03 X (m): 2557,17 Y (m) : 2560,15			
Z3 = 1200,56	Res. = 0,019	$\partial Z3/\partial x = -0,0223520$	Res. = -0,043
$\partial Z3/\partial y = 0,6120563$	Res. = -0,046	$\partial^2 Z3/\partial x^2 = -0,0234008$	Res. = 0,019
$\partial^2 Z3/\partial y^2 = -0,0319218$	Res. = 0,055	$\partial^2 Z3/\partial x y = 0,0001473$	Res. = 0,083
Parâmetros do polinômio de 4º grau ajustado			
$a_1 = 1200,0708951027$	$a_2 = -0,0915717828$	$a_3 = 0,0736622738$	
$a_4 = 0,0158052218$	$a_5 = -0,0237568705$	$a_6 = -0,0000069825$	
$a_7 = 0,0082085364$	$a_8 = 0,0098080240$	$a_9 = 0,0087323304$	
$a_{10} = -0,0074684199$	$a_{11} = 0,0013231742$	$a_{12} = -0,0013158246$	
$a_{13} = -0,0015472742$	$a_{14} = 0,0004775624$	$a_{15} = -0,0003854536$	
Coordenada Altimétrica determinada: 1200,071 m			
Diferença de altura: 0,037 m			

Comparando-se a altura determinada neste procedimento com a altura obtida no procedimento da superfície triangular de 3º grau contínua, verifica-se a inexistência de diferenças significativas. Desta forma, conclui-se que para este teste não se obteve vantagens ou desvantagens com a utilização de polinômio de 4º grau no procedimento de interpolação adotado.

TABELA 30 - Resultados obtidos da interpolação altimétrica com superfície triangular de 4º grau contínua, aplicado numa região com menor variação de altura

Ponto a ser interpolado: 109			
Coordenadas planas (X,Y): X _o = 1703,621 m Y _o = 2307,988 m			
Coordenada altimétrica conhecida: 1183,239 m			
Ponto 01 X (m): 1695,24 Y (m) : 2312,57			
Z1 = 1182,87	Res. = 0,000	$\partial Z1/\partial x = -0,0009151$	Res. = 0,003
$\partial Z1/\partial y = 0,0845842$	Res. = -0,002	$\partial^2 Z1/\partial x^2 = -0,0022937$	Res. = 0,013
$\partial^2 Z1/\partial y^2 = -0,0034045$	Res. = 0,009	$\partial^2 Z1/\partial xy = -0,0017942$	Res. = -0,012
Ponto 02 X (m): 1718,70 Y (m) : 2321,71			
Z2 = 1183,54	Res. = 0,000	$\partial Z2/\partial x = -0,0427168$	Res. = 0,001
$\partial Z2/\partial y = 0,1050368$	Res. = -0,004	$\partial^2 Z2/\partial x^2 = -0,0046706$	Res. = -0,005
$\partial^2 Z2/\partial y^2 = -0,0053916$	Res. = 0,024	$\partial^2 Z2/\partial xy = 0,0021955$	Res. = -0,001
Ponto 03 X (m): 1716,64 Y (m) : 2290,41			
Z3 = 1183,85	Res. = -0,001	$\partial Z3/\partial x = -0,1015052$	Res. = 0,002
$\partial Z3/\partial y = 0,1741319$	Res. = -0,007	$\partial^2 Z3/\partial x^2 = -0,0044168$	Res. = -0,008
$\partial^2 Z3/\partial y^2 = -0,0030183$	Res. = -0,033	$\partial^2 Z3/\partial xy = 0,0025991$	Res. = 0,012
Parâmetros do polinômio de 4º grau ajustado			
$a_1 = 1183,1849054367$	$a_2 = 0,0719895749$	$a_3 = -0,0309768172$	
$a_4 = -0,0065600275$	$a_5 = -0,0016448016$	$a_6 = 0,0032886543$	
$a_7 = 0,0003713785$	$a_8 = -0,0000259207$	$a_9 = 0,0000993898$	
$a_{10} = -0,0001257099$	$a_{11} = 0,0000084514$	$a_{12} = 0,0000121513$	
$a_{13} = -0,0000042396$	$a_{14} = 0,0000025253$	$a_{15} = -0,0000036334$	
Coordenada Altimétrica determinada: 1183,185 m			
Diferença de altura: 0,054 m			

Analisando-se os resultados apresentados na tabela 30, verifica-se que o valor determinado da altura não sofreu mudanças significativas com relação ao valor determinado com o procedimento que utiliza a função polinomial de 3º grau. Desta forma, pode-se concluir que a utilização da função polinomial de 4º grau, para este teste não apresentou vantagem ou desvantagem ao procedimento de interpolação adotado.

TABELA 31 - Resultados obtidos da interpolação altimétrica com a superfície triangular de 4º contínua, aplicada numa região com maior variação de altura, tendo um conjunto de pontos de controle bem espaçados

Ponto a ser interpolado: 109			
Coordenadas planas (X,Y): X ₀ = 1703,621 m Y ₀ = 2307,988 m			
Coordenada altimétrica conhecida: 1183,239 m			
Ponto 01 X (m): 1669,04 Y (m) : 2261,71			
Z1 = 1180,76	Res. = 0,000	$\partial Z1/\partial x = -0,1518361$	Res. = 0,000
$\partial Z1/\partial y = 0,2594328$	Res. = 0,000	$\partial^2 Z1/\partial x^2 = -0,0014531$	Res. = -0,001
$\partial^2 Z1/\partial y^2 = -0,0024066$	Res. = -0,005	$\partial^2 Z1/\partial x y = 0,0018617$	Res. = 0,000
Ponto 02 X (m): 1677,30 Y (m) : 2386,78			
Z2 = 1185,61	Res. = 0,000	$\partial Z2/\partial x = -0,0122618$	Res. = 0,000
$\partial Z2/\partial y = 0,0834099$	Res. = 0,000	$\partial^2 Z2/\partial x^2 = -0,0001818$	Res. = 0,001
$\partial^2 Z2/\partial y^2 = -0,0010376$	Res. = 0,006	$\partial^2 Z2/\partial x y = 0,0004388$	Res. = 0,000
Ponto 03 X (m): 1782,13 Y (m) : 2244,07			
Z3 = 1149,65	Res. = 0,000	$\partial Z3/\partial x = -0,2313305$	Res. = 0,000
$\partial Z3/\partial y = 0,4402351$	Res. = 0,000	$\partial^2 Z3/\partial x^2 = -0,0007625$	Res. = 0,001
$\partial^2 Z3/\partial y^2 = -0,0016945$	Res. = 0,000	$\partial^2 Z3/\partial x y = 0,0013073$	Res. = 0,000
Parâmetros do polinômio de 4º grau ajustado			
$a_1 = 1181,8964483339$	$a_2 = -0,1507079848$	$a_3 = 0,0693074640$	
$a_4 = 0,0020643455$	$a_5 = -0,0002086392$	$a_6 = -0,0014019272$	
$a_7 = 0,0000171139$	$a_8 = 0,0000115299$	$a_9 = 0,0000147140$	
$a_{10} = 0,0000159867$	$a_{11} = 0,0000001887$	$a_{12} = 0,0000000567$	
$a_{13} = -0,0000002234$	$a_{14} = 0,0000000113$	$a_{15} = -0,0000000012$	
Coordenada Altimétrica determinada: 1181,896 m			
Diferença de altura: 1,343 m			

Analisando-se os resultados apresentados na tabela 31, verifica-se que a determinação altimétrica realizada, aproxima-se mais do valor real, se comparado com o valor determinado com o procedimento da superfície triangular de 3º grau contínua.

Neste caso, a superfície definida pela face do triângulo interpolador tem maiores dimensões, possibilitando que o modelo polinomial de 4º grau pudesse representar de forma mais apropriada as variações de relevo internas a superfície do triângulo. A caracterização do relevo, como já visto, se dá através das informações contidas nos

vértices do triângulo (altura, informações de continuidade e do gradiente nas direções principais).

TABELA 32 - Resultados obtidos da interpolação altimétrica com a superfície triangular de 4º grau contínua, aplicado numa região com menor variação de altura, tendo um conjunto de pontos de controle bem espaçados

Ponto a ser interpolado: 104			
Coordenadas planas (X,Y): X ₀ = 1588,321 m Y ₀ = 2992,278 m			
Coordenada altimétrica conhecida: 1186,286 m			
Ponto 01 X (m): 1582,08 Y (m) : 3021,56			
Z1 = 1184,18	Res. = 0,000	$\partial Z1/\partial x = 0,0618307$	Res. = 0,000
$\partial Z1/\partial y = -0,0593377$	Res. = 0,000	$\partial^2 Z1/\partial x^2 = -0,0003678$	Res. = -0,001
$\partial^2 Z1/\partial y^2 = 0,0000131$	Res. = 0,000	$\partial^2 Z1/\partial xy = 0,0000414$	Res. = 0,000
Ponto 02 X (m): 1595,95 Y (m) : 2885,40			
Z2 = 1191,86	Res. = 0,000	$\partial Z2/\partial x = 0,0563715$	Res. = 0,000
$\partial Z2/\partial y = -0,0363237$	Res. = 0,000	$\partial^2 Z2/\partial x^2 = -0,0003214$	Res. = 0,000
$\partial^2 Z2/\partial y^2 = -0,0003732$	Res. = 0,000	$\partial^2 Z2/\partial xy = 0,0000465$	Res. = 0,000
Ponto 03 X (m): 1718,69 Y (m) : 3014,06			
Z3 = 1187,30	Res. = 0,000	$\partial Z3/\partial x = 0,0145649$	Res. = 0,000
$\partial Z3/\partial y = -0,0632146$	Res. = 0,000	$\partial^2 Z3/\partial x^2 = -0,0003781$	Res. = 0,001
$\partial^2 Z3/\partial y^2 = -0,0002533$	Res. = 0,000	$\partial^2 Z3/\partial xy = -0,0000123$	Res. = 0,000
Parâmetros do polinômio de 4º grau ajustado			
$a_1 = 1186,2260155418$	$a_2 = 0,0526679395$	$a_3 = -0,0563395572$	
$a_4 = 0,0000508711$	$a_5 = -0,0004399458$	$a_6 = -0,0000389119$	
$a_7 = -0,0000030610$	$a_8 = 0,0000009147$	$a_9 = 0,0000001002$	
$a_{10} = 0,0000011916$	$a_{11} = 0,0000000185$	$a_{12} = 0,0000000015$	
$a_{13} = -0,0000000077$	$a_{14} = 0,0000000014$	$a_{15} = -0,0000000020$	
Coordenada Altimétrica determinada: 1186,226 m			
Diferença de altura: 0,060 m			

Analisando-se a tabela 32 verifica-se que o valor determinado da altura no ponto 104 não sofreu variações significativas, se comparado com o procedimento de superfície triangular de 3º grau contínua. Então, para este teste, pode-se afirmar que a

utilização da função polinomial de 4º grau não apresentou vantagem ou desvantagem no procedimento de interpolação.

TABELA 33 - Resultados obtidos da interpolação altimétrica com a superfície triangular de 4º grau contínua, aplicado numa região obtida da parte inferior do campo de calibração de câmaras

Ponto a ser interpolado: 128			
Coordenadas planas (X,Y): X _o = 2373,646 m Y _o = 1891,227 m			
Coordenada altimétrica conhecida: 954,272 m			
Ponto 01 X (m): 2376,50 Y (m) : 1902,02			
Z1 = 955,20	Res. = 0,000	$\partial Z1/\partial x = -0,1613458$	Res. = 0,002
$\partial Z1/\partial y = 0,1831556$	Res. = 0,003	$\partial^2 Z1/\partial x^2 = 0,0035292$	Res. = -0,008
$\partial^2 Z1/\partial y^2 = 0,0035292$	Res. = -0,015	$\partial^2 Z1/\partial x y = -0,0045033$	Res. = -0,011
Ponto 02 X (m): 2374,45 Y (m) : 1870,96			
Z2 = 949,00	Res. = 0,000	$\partial Z2/\partial x = -0,0937320$	Res. = 0,001
$\partial Z2/\partial y = 0,0953622$	Res. = 0,001	$\partial^2 Z2/\partial x^2 = 0,0026075$	Res. = -0,004
$\partial^2 Z2/\partial y^2 = 0,0026075$	Res. = 0,009	$\partial^2 Z2/\partial x y = -0,0036063$	Res. = 0,007
Ponto 03 X (m): 2352,60 Y (m) : 1886,26			
Z3 = 954,16	Res. = 0,000	$\partial Z3/\partial x = -0,2262709$	Res. = 0,003
$\partial Z3/\partial y = 0,2344780$	Res. = 0,001	$\partial^2 Z3/\partial x^2 = 0,0058152$	Res. = 0,011
$\partial^2 Z3/\partial y^2 = 0,0019282$	Res. = 0,005	$\partial^2 Z3/\partial x y = -0,0053794$	Res. = 0,005
Parâmetros do polinômio de 4º grau ajustado			
$a_1 = 952,9435957035$	$a_2 = -0,0642097101$	$a_3 = 0,2541331022$	
$a_4 = -0,0030435830$	$a_5 = -0,0011245473$	$a_6 = 0,00010560344$	
$a_7 = -0,0001312508$	$a_8 = -0,0003724580$	$a_9 = -0,0001227924$	
$a_{10} = -0,0000167707$	$a_{11} = -0,0000014556$	$a_{12} = -0,0000076630$	
$a_{13} = -0,0000105415$	$a_{14} = 0,0000024010$	$a_{15} = -0,0000010367$	
Coordenada Altimétrica determinada: 952,944 m			
Diferença de altura: 1,328 m			

Como no teste apresentado na tabela 32, não se verifica mudanças significativas na determinação da altura do ponto 128 com o procedimento de interpolação utilizado, se comparado com o valor obtido com a utilização da superfície triangular de 3º grau.

Então, para este teste, pode-se afirmar que a utilização da função polinomial de 4º grau não apresentou vantagem ou desvantagem no procedimento de interpolação.

TABELA 34 - Diferenças de alturas obtidas nos pontos com os procedimentos de interpolação testados

Diferenças de alturas em metros obtidas com os procedimentos de interpolação testados				
<i>Id. Pto</i>	<i>Poli. 3º grau</i>	<i>Sup. t. Plana</i>	<i>Sup. t. 3º grau c.</i>	<i>Sup. t. 4º grau c.</i>
101/I-30	10,626	10,252	9,726	9,684
101-Densif.	6,039	0,073	0,184	0,037
109/I-30	0,451	0,035	0,009	0,054
109/I-120	9,026	9,079	2,581	1,343
104/I-120	1,682	0,390	0,036	0,060
128/I-30	0,712	1,029	1,212	1,328
Média	4,756	3,476	2,291	2,084

Analisando-se a tabela 34, verifica-se que os procedimentos de interpolação que consideraram as condições de continuidade e do gradiente das superfícies vizinhas obtiveram melhor desempenho nos testes realizados, mesmo tratando-se de casos particulares, escolhidos com o propósito de melhor elucidar os procedimentos de interpolação desenvolvidos.

Comparando-se os resultados obtidos nos procedimentos de interpolação de superfície triangular de 3º e 4º grau, não se pode concluir com precisão qual procedimento apresentou melhores resultados, pois somente em um dos seis testes realizados que o procedimento de superfície de 4º grau mostrou diferenças significativas. Os testes apresentados, no próximo item, permitem uma melhor avaliação destes procedimentos.

4.2.5 Resultados globais de interpolação altimétrica nas regiões de recobrimento aéreo empregadas neste trabalho

Para melhor avaliar os procedimentos de interpolação desenvolvidos neste trabalho, apresentam-se os resultados obtidos na interpolação altimétrica de pontos existentes em duas regiões de recobrimento aéreo utilizadas neste trabalho. As coordenadas destes pontos, para fins de comparação, foram obtidas por técnica de aerotriangulação, ou lidas diretamente no modelo estereofotogramétrico, conforme já descrito no item 3.1.

Vários testes foram realizados nas duas áreas, com diferentes intervalos entre os pontos de controle, onde se aplicou os quatro procedimentos em cada grade de pontos de controle gerado.

As tabelas 35, 36, 37, 38 mostram os resultados dos testes realizados com os procedimentos de interpolação desenvolvidos neste trabalho, aplicados na determinação altimétrica dos pontos pré-sinalizados na região do campo de calibração, como já mencionado, apresenta conformação de relevo particular, por ter uma escarpa separando regiões planas. Foram utilizados, para caracterizar o relevo, diferentes tipos de grades de intervalos entre pontos de controle.

Verificou-se, principalmente na tabela 36, grandes diferenças de altura determinadas nos pontos pré-sinalizados 101, 102, 103, 104, 125, mesmo utilizando-se de uma grade com intervalo de 30 metros entre os pontos de controle. Trata-se de pontos que se encontram no limiar da planície e da escarpa, e para estes tem-se deficiência na caracterização do relevo. Realizou-se uma amostragem de pontos de controle adicionais, ao redor destes pontos visando melhorar a caracterização do relevo, os resultados são apresentados na tabela 35.

Os intervalos empregados nas grades de pontos de controle, utilizadas nos testes apresentados nas tabelas 37 e 38 são incompatíveis com o tipo de relevo existente na região, e simplesmente foram apresentados para fins de verificação do comportamento dos procedimentos de determinação altimétrica desenvolvidos.

TABELA 35 - Diferenças de alturas nos pontos pré-sinalizados - Intervalo de trinta metros entre pontos de controle e mais pontos adicionais na região da escarpa

Módulo da diferença de altura em metros (real - interpolada)				
Intervalo entre pontos de controle: 30 metros e densificação na região da escarpa				
Ident. do ponto	Polinômio de 3º grau	Sup. triangular plana	Sup. triang. de 3º grau contínua	Sup. triang. de 4º grau contínua
101	6,039	0,073	0,187	0,037
102	3,566	0,366	0,026	0,010
103	6,733	0,626	0,477	0,469
104	4,033	0,685	0,563	0,430
105	2,382	1,796	1,613	1,565
106	0,004	0,192	0,102	0,087
107	0,210	1,198	0,694	0,576
108	1,293	0,238	0,095	0,099
109	0,451	0,035	0,009	0,054
110	0,138	0,727	0,676	0,664
111	2,218	1,410	0,782	0,781
112	2,126	0,879	0,690	0,863
113	2,285	1,286	1,220	1,219
114	0,551	0,805	0,862	0,882
115	0,839	0,177	0,279	0,167
117	1,042	1,246	1,195	1,180
125	2,885	0,850	0,683	0,721
126	0,781	1,409	1,215	1,187
127	0,715	0,800	0,793	0,802
128	0,635	0,332	0,338	0,335
129	1,220	0,921	0,725	0,743
130	0,965	0,445	0,623	0,625
134	2,275	2,284	1,237	0,990
Média	1,886	0,817	0,656	0,630

TABELA 36 - Diferenças de alturas nos pontos pré-sinalizados - Grade com intervalo de trinta metros entre pontos de controle

Módulo da diferença de altura em metros (real - interpolada)				
Intervalo entre pontos de controle: 30 metros				
Ident. do ponto	Polinômio de 3º grau	Sup. triangular plana	Sup. triang. de 3º grau contínua	Sup. triang. de 4º grau contínua
101	10,626	10,252	9,726	9,684
102	7,817	4,475	4,627	4,654
103	8,125	6,079	4,647	4,332
104	5,804	5,536	5,205	5,182
105	2,695	2,330	1,722	1,706
106	0,004	0,192	0,102	0,087
107	0,210	1,198	0,694	0,576
108	1,293	0,238	0,095	0,099
109	0,451	0,035	0,009	0,054
110	0,138	0,727	0,676	0,664
111	2,222	1,410	0,556	0,562
112	2,721	3,936	3,609	3,540
113	1,989	2,468	2,526	2,563
114	0,551	0,805	0,862	0,882
115	0,839	0,177	0,279	0,167
117	1,042	1,246	1,195	1,180
125	9,647	9,669	8,567	8,520
126	0,800	1,409	1,215	1,187
127	0,691	0,649	0,512	0,501
128	0,712	1,029	1,212	1,328
129	1,220	0,921	0,725	0,743
130	0,717	0,445	0,629	0,655
134	2,275	2,284	1,237	0,990
Média	2,721	2,500	2,201	2,168

TABELA 37 - Diferenças de alturas nos pontos pré-sinalizados - Grade com intervalo de sessenta metros entre pontos de controle

Módulo da diferença de altura em metros (real - interpolada)				
Intervalo entre pontos de controle: 60 metros				
Ident. do ponto	Polinômio de 3º grau	Sup. triangular plana	Sup. triang. de 3º grau contínua	Sup. triang. de 4º grau contínua
101	13,763	11,475	9,204	9,285
102	6,210	3,645	0,642	0,599
103	9,543	10,201	9,172	9,160
104	15,144	14,443	13,044	13,093
105	11,502	8,452	9,013	9,096
106	0,676	1,342	0,887	0,926
107	0,830	2,553	0,993	0,823
108	1,541	1,270	1,125	1,152
109	2,599	1,957	1,244	1,577
110	0,138	0,209	0,068	0,042
111	7,102	4,394	3,357	4,417
112	6,581	8,319	5,717	4,780
113	7,851	4,518	4,386	5,227
114	0,672	1,299	1,058	1,008
115	1,473	1,837	1,474	1,492
117	0,984	1,503	1,520	1,456
125	16,650	12,301	11,142	11,119
126	5,072	1,711	1,904	1,995
127	1,497	1,738	0,777	0,664
128	0,199	0,802	0,325	0,477
129	0,989	0,515	1,600	1,504
130	0,646	0,435	0,684	0,742
134	12,163	7,442	5,719	5,679
Média	5,384	4,450	3,698	3,753

TABELA 38 - Diferenças de alturas nos pontos pré-sinalizados - Grade com intervalo de cento e vinte metros entre pontos de controle

Módulo da diferença de altura em metros (real - interpolada)				
Intervalo entre pontos de controle: 120 metros				
Ident. do ponto	Polinômio de 3º grau	Sup. triangular plana	Sup. triang. de 3º grau contínua	Sup. triang. de 4º grau contínua
101	13,541	13,469	9,576	9,527
102	18,177	6,432	4,604	4,601
103	12,049	22,608	16,273	16,906
104	13,441	13,732	9,389	9,946
105	16,986	4,334	2,091	3,455
106	1,308	3,438	0,021	0,230
107	12,844	8,961	4,915	5,182
108	0,187	2,282	0,808	1,109
109	9,026	9,079	2,580	1,343
110	2,263	2,557	0,228	0,049
111	11,247	7,882	3,129	3,247
112	11,532	7,303	5,366	5,774
113	11,508	14,296	10,296	10,125
114	1,682	0,390	0,036	0,060
115	1,273	2,305	1,567	1,191
117	0,085	1,151	0,722	0,701
125	24,199	20,170	18,840	18,513
126	6,456	2,936	4,708	4,113
127	1,700	5,550	2,594	2,420
128	4,849	6,917	0,661	0,186
129	3,232	0,011	1,103	1,108
130	4,910	6,985	5,402	5,181
134	14,484	7,370	4,821	4,790
Média	8,564	7,398	4,771	4,772

As tabelas 39 e 40 mostram os resultados dos testes realizados com os procedimentos de interpolação desenvolvidos neste trabalho, aplicados na determinação altimétrica dos pontos fotoidentificáveis na região da área florestal Suzano, que apresenta conformação de relevo bem acidentado, onde foram utilizados para caracterizar o relevo, dois tipos de grades de intervalos entre pontos de controle.

TABELA 39 - Diferenças de alturas nos pontos fotoidentificáveis - Grade com intervalo de trinta metros entre pontos de controle

Módulo da diferença de altura em metros (real - interpolada)				
Intervalo entre pontos de controle: 30 metros				
Ident. do ponto	Polinômio de 3º grau	Sup. triangular plana	Sup. triang. de 3º grau contínua	Sup. triang. de 4º grau contínua
200	1,948	1,122	0,798	0,832
201	0,638	0,185	0,731	0,704
202	3,620	0,730	0,461	0,452
203	1,639	1,464	1,023	1,204
204	1,832	1,330	0,227	0,235
205	0,391	1,695	0,892	0,973
206	0,517	0,302	1,223	1,290
207	2,376	3,079	1,456	1,425
208	1,283	0,198	0,820	0,841
209	2,121	0,232	1,212	1,100
210	0,553	1,054	1,642	1,672
211	1,081	0,077	0,033	0,137
212	1,920	0,486	1,586	1,901
213	0,876	0,261	0,538	1,414
214	1,042	0,015	0,130	0,194
215	4,163	1,748	0,714	0,476
216	0,104	0,847	1,411	1,275
217	2,173	0,412	1,273	1,129
218	2,990	0,157	1,136	1,475
219	0,680	0,892	1,164	1,192
220	0,499	0,294	0,232	0,305
221	0,876	1,291	0,226	0,144
222	0,427	0,100	0,377	0,409
223	4,714	2,398	1,477	1,441
Média	1,603	0,849	0,866	0,926

TABELA 40 - Diferenças de alturas nos pontos fotoidentificáveis - Grade com intervalo de sessenta metros entre pontos de controle

Módulo da diferença de altura em metros (real - interpolada)				
Intervalo entre pontos de controle: 60 metros				
Ident. do ponto	Polinômio de 3º grau	Sup. triangular plana	Sup. triang. de 3º grau contínua	Sup. triang. de 4º grau contínua
200	2,735	1,919	2,295	2,272
201	1,962	0,784	0,094	0,807
202	5,778	1,692	0,137	0,094
203	3,722	2,902	0,727	1,264
204	3,457	0,801	0,676	0,433
205	0,300	3,283	0,971	1,113
206	0,588	0,369	0,314	0,292
207	6,955	4,428	1,936	1,823
208	1,600	1,690	0,079	0,048
209	3,637	1,659	0,787	0,823
210	0,979	0,377	0,152	0,163
211	1,469	2,427	1,495	1,153
212	3,476	0,241	0,984	0,919
213	1,592	0,855	1,465	1,507
214	0,759	2,801	1,672	1,657
215	6,146	1,310	0,197	0,102
216	0,951	0,305	1,317	1,229
217	3,725	1,636	0,788	0,835
218	2,101	0,687	0,461	0,604
219	1,538	3,321	2,533	2,400
220	1,842	0,158	0,539	0,625
221	3,273	3,242	1,615	1,538
222	0,072	0,463	0,850	0,923
223	8,466	4,515	3,693	3,451
Média	2,797	1,744	1,074	1,086

A tabela 41 mostra os resultados dos testes realizados com os procedimentos de interpolação desenvolvidos neste trabalho, aplicados na determinação altimétrica dos pontos fotoidentificáveis na região da área florestal Suzano, onde foi utilizado para caracterizar o relevo, uma grade irregular de pontos de controle, obtida com o procedimento de varredura monoscópica desenvolvida neste trabalho. Como já visto no item 3.2.1.5.1, o processo de varredura monoscópica consiste em observar detalhes fotoidentificáveis em fotos homólogas. Desta forma, o intervalo entre pontos de controle em certas regiões da aerofoto é grande, pois por tratar-se de uma área de

recobrimento florestal, não existiam detalhes fotoidentificáveis que permitissem a determinação da altura do ponto na superfície do terreno. Entretanto, os pontos observados para a comparação dos procedimentos de determinação altimétrica, de uma forma geral, encontram-se nas mesmas regiões dos pontos de controle, pois são também detalhes fotoidentificáveis.

TABELA 41 - Diferenças de alturas nos pontos fotoidentificáveis - Grade irregular entre pontos de controle, sem intervalo definido

Módulo da diferença de altura em metros (real - interpolada)				
Intervalo entre pontos de controle: indefinido				
Ident. do ponto	Polinômio de 3º grau	Sup. triangular plana	Sup. triang. de 3º grau contínua	Sup. triang. de 4º grau contínua
200	0,674	1,865	1,159	1,129
201	1,629	0,525	0,401	0,236
202	0,146	0,897	1,306	1,357
203	0,196	0,838	1,009	1,206
204	1,284	1,420	1,433	1,445
205	4,964	4,473	4,716	4,754
206	1,029	2,450	0,843	0,762
207	1,375	3,008	2,865	2,620
208	2,825	2,114	2,042	1,995
209	1,604	0,780	3,063	2,816
210	10,796	9,177	5,674	6,259
211	6,022	3,478	1,942	2,358
212	2,496	0,083	0,086	0,087
213	0,720	1,932	2,277	2,103
214	0,174	0,413	0,065	0,361
215	1,792	0,336	0,875	0,952
216	3,103	1,014	0,286	0,285
217	1,495	0,870	2,991	2,757
218	0,161	0,928	0,904	0,906
219	6,243	1,844	3,678	2,150
220	0,373	0,093	0,357	0,356
221	0,183	0,256	0,302	0,194
222	5,741	2,229	2,169	1,716
223	2,375	0,836	2,360	2,358
Média	2,392	1,744	1,783	1,715

As tabelas 42, 43 e 44 mostram os resultados dos testes realizados com a determinação altimétrica de pontos fotoidentificáveis na região de Guarapuava.

Repetiu-se a sistemática de testes realizados com diferentes intervalos de pontos de controle, com o propósito de verificar o comportamento dos procedimentos desenvolvidos numa região que apresenta conformação de relevo relativamente plana.

TABELA 42 - Diferenças de alturas nos pontos fotoidentificáveis - Grade de quinze metros entre pontos de controle, numa região de conformação de relevo relativamente plana

Módulo da diferença de altura em metros (real - interpolada)				
Intervalo entre pontos de controle: 15 metros				
Ident. do ponto	Polinômio de 3º grau	Sup. triangular plana	Sup. triang. de 3º grau contínua	Sup. triang. de 4º grau contínua
300	0,438	0,352	0,265	0,269
301	0,213	0,183	0,210	0,213
302	0,133	0,271	0,292	0,287
303	0,396	0,444	0,520	0,515
304	0,418	0,367	0,362	0,363
305	0,275	0,159	0,179	0,140
306	0,696	0,422	0,380	0,369
307	0,120	0,052	0,061	0,049
308	0,241	0,090	0,110	0,101
309	0,516	0,510	0,496	0,461
310	0,421	0,307	0,248	0,250
311	0,431	0,625	0,821	0,816
312	0,323	0,064	0,056	0,023
313	0,195	0,122	0,106	0,100
314	0,576	0,388	0,469	0,460
315	0,487	0,167	0,079	0,070
316	0,334	0,303	0,402	0,393
317	0,184	0,285	0,392	0,408
318	0,058	0,018	0,042	0,043
319	0,022	0,043	0,040	0,046
320	0,348	0,554	0,611	0,615
321	0,027	0,223	0,177	0,174
322	0,277	0,064	0,005	0,001
323	0,039	0,511	0,583	0,594
324	0,043	0,101	0,178	0,238
325	0,198	0,863	1,001	0,986
326	0,243	0,142	0,197	0,204
327	0,045	0,017	0,035	0,029
328	0,377	0,289	0,280	0,273
329	0,653	0,390	0,384	0,384
Média	0,291	0,278	0,299	0,296

TABELA 43- Diferenças de alturas nos pontos fotoidentificáveis - Grade de quarenta e cinco metros entre pontos de controle, numa região de conformação de relevo relativamente plana

Módulo da diferença de altura em metros (real - interpolada)				
Intervalo entre pontos de controle: 45 metros				
Ident. do ponto	Polinômio de 3º grau	Sup. triangular plana	Sup. triang. de 3º grau contínua	Sup. triang. de 4º grau contínua
300	0,108	0,183	0,031	0,045
301	0,506	0,562	0,380	0,430
302	0,287	0,295	0,047	0,100
303	0,256	0,532	0,007	0,009
304	0,074	0,237	0,185	0,144
305	0,203	0,510	0,579	0,543
306	0,095	0,357	0,740	0,522
307	0,269	0,050	0,002	0,009
308	0,595	0,321	0,299	0,292
309	0,211	0,155	0,254	0,309
310	0,900	0,433	0,381	0,385
311	0,430	0,094	0,040	0,150
312	0,202	0,650	0,394	0,397
313	0,227	0,493	0,543	0,471
314	0,552	0,220	0,445	0,425
315	0,012	0,103	0,024	0,012
316	0,465	0,099	0,272	0,272
317	0,908	0,594	0,376	0,317
318	0,453	0,335	0,280	0,309
319	0,242	0,195	0,090	0,075
320	0,814	0,213	0,100	0,263
321	0,380	0,150	0,168	0,191
322	1,002	1,102	0,730	0,807
323	0,378	0,259	0,560	0,504
324	0,758	0,329	0,367	0,375
325	1,610	1,217	1,176	1,230
326	0,298	0,643	0,382	0,368
327	0,040	0,232	0,132	0,134
328	0,590	0,563	0,457	0,472
329	0,257	0,168	0,222	0,225
Média	0,437	0,376	0,322	0,326

TABELA 44- Diferenças de alturas nos pontos fotoidentificáveis - Grade de setenta e cinco metros entre pontos de controle, numa região de conformação de relevo relativamente plana

Módulo da diferença de altura em metros (real - interpolada)				
Intervalo entre pontos de controle: 75 metros				
Ident. do ponto	Polinômio de 3º grau	Sup. triangular plana	Sup. triang. de 3º grau contínua	Sup. triang. de 4º grau contínua
300	2,087	1,173	0,851	0,886
301	0,556	1,459	1,172	1,071
302	2,188	0,880	0,488	0,482
303	1,764	0,349	0,144	0,119
304	1,635	0,092	0,769	0,708
305	0,656	0,013	0,145	0,164
306	0,255	0,427	0,496	0,445
307	0,901	0,306	0,053	0,069
308	0,666	0,677	0,469	0,477
309	0,800	0,988	0,710	0,673
310	0,651	1,074	1,008	0,949
311	1,026	0,092	0,302	0,308
312	0,957	1,317	0,873	0,898
313	0,457	0,192	0,438	0,444
314	2,381	0,391	0,320	0,588
315	1,323	0,716	0,045	0,022
316	0,745	1,269	1,152	1,199
317	0,903	1,190	0,743	0,457
318	0,410	0,170	0,617	0,646
319	0,145	0,232	0,157	0,278
320	0,784	0,063	0,154	0,177
321	0,432	0,651	0,682	0,629
322	2,224	1,168	0,913	0,868
323	0,714	0,035	0,195	0,087
324	0,981	0,969	1,110	1,108
325	1,563	1,342	0,617	0,616
326	0,962	0,602	0,369	0,285
327	0,724	0,212	0,078	0,124
328	0,670	0,006	0,201	0,193
329	0,304	0,197	0,365	0,338
Média	0,995	0,608	0,521	0,510

4.2.6 Conclusões gerais sobre os procedimentos de determinação altimétrica desenvolvidos e testados neste trabalho

Analisando-se os resultados obtidos com os procedimentos de interpolação nos vários testes realizados de forma individual e global, pode-se apresentar as seguintes conclusões:

- Os procedimentos de determinação altimétrica que tratam a continuidade e o gradiente de superfícies vizinhas apresentaram melhor desempenho do que os outros procedimentos, principalmente quando o intervalo entre pontos de controle cresce;
- De forma geral não se verificou diferenças significativas na atuação dos procedimentos de superfície triangular contínua de 3° e 4° graus, podendo ser considerados como iguais no seus desempenhos. Entretanto, em alguns testes realizados, onde a área definida pela face do triângulo interpolador é grande, tem-se maior diferença de alturas nos seus vértices, e o ponto a ser interpolado se encontra na região central do triângulo, verificou-se uma pequena vantagem no procedimento da superfície de 4° grau, embora haja desvantagem em outros que não tinham estas características;
- Dos quatro procedimentos de interpolação testados, verificou-se que o polinomial de 3° grau apresentou o pior desempenho nos testes realizados, pois necessita de relevos de pequenas variações na área de ajuste da função matemática;
- Na presença de superfícies amostradas com pequeno intervalo entre os pontos de controle, verificou-se que os procedimentos baseados na estruturação dos pontos de controle em forma de triangulação apresentaram resultados similares na determinação altimétrica;
- Em regiões de conformação de relevo relativamente plano e pequeno intervalo entre pontos de controle, pode-se afirmar que os quatro procedimentos de interpolação apresentaram resultados similares;
- A aplicação dos procedimentos de interpolação desenvolvidos, em superfícies que apresentam relevo acidentado, necessita de malha com pequeno intervalo entre pontos

de controle, como também a observação de pontos adicionais que mostrem as principais descontinuidades de relevo;

- Em superfícies com relevo relativamente plano, pode-se aumentar o intervalo entre os pontos de controle, não prejudicando a eficiência dos procedimentos de determinação altimétrica desenvolvidos.

4.3 VARREDURA MONOSCÓPICA DE PONTOS

Varredura monoscópica de pontos, conforme mostrado no item 3.2.1.5.1, trata-se do procedimento fotogramétrico desenvolvido neste trabalho para obtenção de pontos de controle (posição espacial), necessários à caracterização do relevo para fins de modelamento matemático da região a ser monorestituída.

O procedimento fotogramétrico consiste, basicamente, em quatro etapas de trabalho:

- Observações de pontos fotogramétricos necessários à execução das transformações de coordenadas requeridas;
- Orientação interior das aerofotos que formam o modelo fotogramétrico;
- Formação analítica do modelo fotogramétrico;
- Orientação absoluta do modelo fotogramétrico.

Apresenta-se neste item os principais resultados numéricos obtidos com a varredura monoscópica de pontos na área de recobrimento fotogramétrico de Guarapuava. A escolha desta área foi devido a existência de maior número de pontos fotogramétricos em forma de detalhes fotoidentificáveis com coordenadas conhecidas, para serem empregados na verificação da precisão na obtenção das coordenadas espaciais dos pontos de varredura.

4.3.1 Observações de pontos fotogramétricos

Aproveitando-se dos recursos do programa de computação gráfica “MicroStation Pc”, que permite apresentar simultaneamente duas aerofotos digitais na tela do computador, e levando-se em conta as considerações apresentadas no item 4.1, foram observados os seguintes pontos fotogramétricos para a realização do procedimento proposto.

4.3.1.1 Marcas fiduciais

Observou-se as marcas fiduciais das aerofotos (035 e 036) que constituem o modelo fotogramétrico testado, para serem empregadas na realização da orientação interior das aerofotos. Na aerofoto 035 foram observadas somente sete (07) marcas fiduciais, pois uma das marcas foi cortada no processo de digitalização matricial. A tabela 45 mostra as coordenadas das marcas fiduciais no referencial do plano gráfico, já transformadas em milímetros.

TABELA 45 - Observações em milímetros das marcas fiduciais das aerofotos que formam o modelo fotogramétrico

Observações das marcas fiduciais das aerofotos que formam o modelo				
Nº da marca	Aerofoto 035 (da esquerda)		Aerofoto 036 (da direita)	
	Coord. x (mm)	Coord. y (mm)	Coord. x (mm)	Coord. y (mm)
01	6,314	-6,519	6,365	-6,820
02	112,344	-3,532	112,423	-5,105
03	218,282	-8,516	218,279	-11,353
04	221,223	-114,481	219,958	-117,330
05	216,143	-220,357	213,619	-223,124
06	4,160	-218,337	107,564	-224,830
07	1,267	-112,387	1,684	-218,612
08			0,045	-112,633

4.3.1.2 Pontos fotogramétricos de apoio

Pontos fotogramétricos de apoio são geralmente pontos artificiais que possuem coordenadas espaciais (na maioria das vezes determinadas por técnicas de aerotriangulação) num dado referencial do espaço objeto, de preferência no sistema de coordenada geodésico local. Estes pontos são empregados na orientação absoluta do modelo fotogramétrico.

Observou-se os pontos fotogramétricos de apoio nas aerofotos que formam o modelo fotogramétrico. Apresenta-se suas coordenadas em milímetros na tabela 46, já transformadas para o referencial fotogramétrico.

TABELA 46 - Coordenadas dos pontos fotogramétricos de apoio no referencial fotogramétrico

Observações dos pontos fotogramétricos de apoio nas aerofotos que formam o modelo - Coordenadas no referencial fotogramétrico				
	Aerofoto 035 (da esquerda)		Aerofoto 036 (da direita)	
Nº do ponto	Coord. x (mm)	Coord. y (mm)	Coord. x (mm)	Coord. y (mm)
41053	1,971	87,621	-85,973	88,841
41054	1,395	47,952	-85,666	49,149
41057	85,680	93,680	-2,017	95,866
31070	-0,564	-0,991	-89,089	0,225
31069	84,074	-4,616	-2,687	-2,605
41104	-3,141	-79,897	-88,859	-78,748
41105	37,883	-67,024	-47,938	-65,546
41108	86,232	-95,206	-0,291	-93,354
41107	86,298	-68,083	0,280	-66,241

4.3.1.3 Pontos de varredura

Pontos de varredura são detalhes fotoidentificáveis nas aerofotos, posicionados na região do modelo fotogramétrico, espacialmente distribuídos de forma a mostrar a conformação do relevo num sistema matemático de modelamento de superfícies. Tendo-se as duas aerofotos na tela do computador ou parte ampliada da mesma,

observou-se os pontos em forma de detalhe fotoidentificável em ambas aerofotos, obtendo-se a dupla de coordenadas planas (x_p, y_p, x'_p, y'_p) . A tabela 47 mostra as coordenadas destes pontos no referencial fotogramétrico.

TABELA 47 - Coordenadas dos pontos de varredura no referencial fotogramétrico

Observações dos pontos de varredura nas aerofotos que formam o modelo - Coordenadas no referencial fotogramétrico				
	Aerofoto 035 (da esquerda)		Aerofoto 036 (da direita)	
Nº do ponto	Coord. x (mm)	Coord. y (mm)	Coord. x (mm)	Coord. y (mm)
01	-14,291	86,856	-103,002	87,859
02	-14,267	72,509	-103,009	73,550
03	16,414	70,886	-71,902	72,218
04	18,845	60,203	-68,937	61,579
05	8,071	43,166	-78,822	44,347
06	12,296	24,231	-74,542	25,500
07	-13,916	13,521	-102,949	14,555
08	-9,332	-13,341	-97,968	-12,243
09	28,311	-21,317	-58,298	-19,937
10	27,037	-34,761	-59,213	-33,394
11	32,387	-71,745	-53,500	-70,317
12	30,842	-97,257	-55,871	-95,859
13	49,996	-84,028	-35,913	-82,513
14	46,678	-63,837	-39,246	-62,352
15	55,221	-41,272	-30,902	-39,664
16	59,810	36,551	-27,361	38,305
17	63,684	95,658	-23,726	97,505
18	103,697	98,589	15,293	100,917
19	109,283	59,973	21,055	62,290
20	110,542	27,044	22,502	29,294
21	97,740	-99,243	11,208	-97,339

Tratando-se de uma cobertura aerofotogramétrica para mapeamento planimétrico de talhões de área florestal formada, é importante apresentar a seguinte consideração para a definição destes pontos. Neste caso, na região do reflorestamento não se encontram detalhes fotoidentificáveis que permitam caracterizar o relevo, pois em cima das copas das árvores, não se consegue determinar corretamente a altura do terreno, como também não se tem precisão na definição do detalhe fotogramétrico.

Devem ser observados detalhes somente nas posições isentas de cobertura florestal, tais como nas estradas e nas divisas de talhões visíveis.

Desta forma, o procedimento apresenta elevada dificuldade operacional em áreas florestais formadas, pois geralmente as estradas encontram-se cobertas pela vegetação e as divisas dos talhões não são bem visíveis ou são definidas pelas próprias essências vegetais existentes entre os talhões. Neste caso, para a obtenção informação altimétrica, para a aplicação da monorestituição, deve ser utilizado em conjunto, os processos externos de obtenção de pontos que caracterizam do relevo, tais como a digitalização vetorial de curvas de nível de mapeamentos existentes ou o processo de varredura estereofotogramétrica.

4.3.2 Orientação interior das aerofotos que formam o modelo fotogramétrico

Conforme apresentado no item 3.2.1.2, a orientação interior de uma aerofoto consiste em prover um conjunto de parâmetros e transformações matemáticas necessárias à obtenção das observações no referencial fotogramétrico, com a devida correção dos erros sistemáticos da imagem. Apresenta-se aqui, somente o resultado do modelamento matemático empregado, nesta aplicação, para a transformação das observações para o referencial fiducial.

O modelo matemático afim geral no plano foi utilizado neste teste para a transformação das observações no referencial do plano gráfico para o referencial fiducial. Para a determinação dos parâmetros matemáticos da transformação são necessárias as coordenadas das marcas fiduciais no referencial fiducial (certificado de calibração de câmaras) e no referencial empregado para realizar as observações. As tabelas 48 e 49 mostram os resultados da determinação dos parâmetros por ajustamento M.M.Q., de acordo como o apresentado no item 2.7 (ajustamento paramétrico com injunções de peso).

Conforme já visto no item 4.1, considerou-se que as observações nas marcas fiduciais não são correlacionadas e apresentam precisões de ($\sigma_x = 0,0125$ mm e $\sigma_y = 0,0125$ mm). Para as coordenadas das marcas fiduciais no referencial fiducial, considerou-se que sua determinação tem precisões de ($\sigma_X = 0,005$ mm e $\sigma_Y = 0,005$ mm). As coordenadas das marcas fiduciais no referencial fiducial desta câmara são apresentadas no item 3.1.1.1.

TABELA 48 - Resultados do ajustamento M.M.Q., empregado na determinação dos parâmetros da transformação afim geral - aerofoto 035

Resultados do Ajustamento da transformação afim geral: aerofoto 035				
Nº da marca	Resíduos - Ref. plano gráfico		Resíduos - Ref. fiducial	
	Coord. x (mm)	Coord. y (mm)	Coord. x (mm)	Coord. y (mm)
01	0,005	0,004	-0,001	-0,001
02	-0,002	0,007	0,000	-0,001
03	0,013	-0,009	-0,002	0,001
04	-0,013	0,002	0,002	0,000
05	0,000	0,007	0,000	-0,001
06	0,016	-0,006	-0,003	0,001
07	-0,020	-0,001	0,003	0,000
Parâmetros da transformação Afim Geral determinados e suas precisões				
$a = 1,0000382 \pm 0,0000504$			$b = -0,0100957 \pm 0,0000564$	
$c = 111,2236616 \pm 0,0050893$			$d = 0,0094744 \pm 0,0000504$	
$e = 1,0007256 \pm 0,0000564$			$f = -113,4499429 \pm 0,0050888$	

TABELA 49 - Resultados do ajustamento M.M.Q., empregado na determinação dos parâmetros da transformação afim geral - aerofoto 036

Resultados do Ajustamento da transformação afim geral: aerofoto 036				
Nº da marca	Resíduos - Ref. plano gráfico		Resíduos - Ref. fiducial	
	Coord. x (mm)	Coord. y (mm)	Coord. x (mm)	Coord. y (mm)
01	0,003	-0,011	-0,001	0,002
02	-0,008	0,007	0,001	-0,001
03	0,017	0,000	-0,003	0,000
04	-0,010	0,001	0,002	0,000
05	-0,001	0,005	0,000	-0,001
06	-0,003	-0,021	0,000	0,003
07	0,014	0,013	-0,002	-0,002
08	-0,012	0,005	0,002	-0,001
Parâmetros da transformação Afim Geral determinados e suas precisões				
$a = 0,9998864 \pm 0,0000522$		$b = -0,0220224 \pm 0,0000522$		
$c = 109,9852716 \pm 0,0048562$		$d = 0,0213378 \pm 0,0000522$		
$e = 1,0006280 \pm 0,0000522$		$f = -114,9923249 \pm 0,0048557$		

As tabelas 48 e 49 mostram que a modelo matemático afim geral no plano ajustou-se dentro das precisões que foram definidas para as coordenadas das marcas fiduciais no referencial do plano gráfico e do referencial fiducial, mostrando que as diferenças físicas existentes entre os referenciais (admitindo-se somente variações no domínio linear), foram adequadamente parametrizadas com a utilização do modelo em questão. Maiores considerações práticas sobre esta modelagem de dados são apresentadas no item 4.4.1 deste trabalho.

4.3.3 Formação analítica do modelo fotogramétrico

Conforme visto no item 2.8, a formação analítica do modelo fotogramétrico, consiste na realização matemática da orientação exterior de duas aerofotos no espaço (orientação relativa analítica), onde são determinados os parâmetros de orientação

exterior das aerofotos e as coordenadas tridimensionais de cada ponto no espaço objeto.

Tomando-se as observações realizadas nos pontos fotogramétricos de apoio e as observações realizadas nos pontos de varredura, e aplicando-se as devidas transformações para tê-las no referencial fotogramétrico (tabelas 46 e 47), e conforme a metodologia apresentada no item 2.8, procedeu-se a formação analítica do modelo fotogramétrico. Considerou-se no ajustamento que as observações não são correlacionadas e apresentam precisões de ($\sigma_x = 0,0125$ mm e $\sigma_y = 0,0125$ mm) para os pontos fotogramétricos de apoio (marcas artificiais feitas pelo PUG), e de ($\sigma_x = 0,025$ mm e $\sigma_y = 0,025$ mm) para os pontos de varredura (detalhes fotoidentificáveis). Os resultados obtidos na formação analítica do modelo fotogramétrico são apresentados nas tabelas 50 e 51.

TABELA 50 - Parâmetros de orientação exterior e resíduos das observações obtidos na formação analítica do modelo fotogramétrico

Resultados obtidos da formação analítica do modelo fotogramétrico				
Parâmetros de orientação exterior e suas precisões				
$\kappa_1 = 0,000$	$\varphi_1 = 0,000$		$\omega_1 = 0,000$	
$x_0 = 0,000$	$y_0 = 0,000$		$z_0 = 0,000$	
$\kappa_2 = -0,009568 \pm 0,00008$	$\varphi_2 = 0,003363 \pm 0,00018$		$\omega_2 = 0,000201 \pm 0,00016$	
$x_0 = 92,000$	$y_0 = -2,163468 \pm 0,03212$		$z_0 = -0,329910 \pm 0,01130$	
Nº do Ponto	Aerofoto 035 (esquerda)		Aerofoto 036 (direita)	
	Resíd. x (mm)	Resíd. y (mm)	Resíd. x (mm)	Resíd. y (mm)
41053	0,000	0,002	0,000	-0,002
41054	0,000	-0,004	0,000	0,004
41057	0,000	-0,001	0,000	0,001
31070	0,000	0,003	0,000	-0,003
31069	0,000	0,010	0,000	-0,010
41104	0,000	0,001	0,000	-0,001
41105	0,000	-0,002	0,000	0,002
41108	0,000	0,012	0,000	-0,012
41107	0,000	-0,018	0,000	0,018
01	0,000	-0,019	0,000	0,019
02	0,000	-0,004	0,000	0,004
03	-0,001	-0,027	0,001	0,027
04	0,000	-0,014	0,000	0,014
05	-0,001	-0,046	0,001	0,046
06	-0,001	-0,023	0,001	0,023
07	-0,001	-0,025	0,001	0,025
08	0,000	-0,017	0,000	0,017
09	-0,001	-0,034	0,001	0,034
10	-0,001	-0,028	0,001	0,028
11	0,000	-0,004	0,000	0,004
12	0,000	-0,007	0,000	0,007
13	0,000	-0,023	0,000	0,023
14	-0,001	-0,037	0,001	0,037
15	-0,001	-0,027	0,001	0,027
16	-0,001	-0,031	0,001	0,031
17	-0,001	-0,041	0,001	0,041
18	-0,001	-0,046	0,001	0,046
19	-0,001	-0,042	0,001	0,042
20	-0,001	-0,043	0,001	0,043
21	0,000	-0,001	0,000	0,001

TABELA 51 - Coordenadas dos pontos fotogramétricos de apoio e pontos de varredura no referencial espacial de modelo

Coordenadas dos pontos fotogramétricos de apoio e pontos de varredura no referencial espacial de modelo			
Nº do Ponto	Coord. X (mm)	Coord. Y (mm)	Coord. Z (mm)
41053	2,070	92,026	-160,330
41054	1,474	50,651	-161,264
41057	90,303	98,733	-160,896
31070	-0,583	-1,021	-157,768
31069	88,607	-4,854	-160,890
41104	-3,323	-84,522	-161,497
41105	40,954	-70,954	-161,605
41108	90,227	-99,605	-159,732
41107	91,087	-71,881	-161,132
01	-14,872	90,365	-158,861
02	-14,819	75,309	-158,563
03	17,139	73,992	-159,408
04	19,775	63,162	-160,199
05	8,538	45,621	-161,514
06	12,991	25,577	-161,294
07	-14,318	13,885	-157,063
08	-9,618	-13,767	-157,334
09	29,847	-22,510	-160,947
10	28,580	-36,775	-161,373
11	34,241	-75,856	-161,397
12	32,212	-101,585	-159,441
13	52,772	-88,720	-161,138
14	49,371	-67,561	-161,469
15	58,415	-43,688	-161,491
16	63,046	38,497	-160,921
17	67,378	101,165	-161,517
18	108,426	103,038	-159,623
19	113,995	62,516	-159,243
20	115,136	28,123	-159,004
21	102,182	-103,754	-159,597

Na tabela 50, analisando-se os resultados provenientes do ajustamento empregado na formação analítica do modelo fotogramétrico, verifica-se que os resíduos das observações encontram-se dentro dos valores aceitáveis de precisão, apesar de utilizar detalhes fotoidentificáveis nos pontos de varredura.

Considerou-se que os pontos fotogramétricos de apoio possuem maior precisão nas observações, por serem bem definidos nas aerofotos. Desta forma, no ajustamento,

empregou-se para estes pontos o valor de peso duas vezes maior que o valor adotado para os pontos de varredura, pois deseja-se que os mesmos funcionem como balizadores da definição geométrica do modelo na orientação relativa e na orientação absoluta, pois nesta participam integralmente na definição da transformação matemática empregada.

Os resíduos nas coordenadas x , apresentados na tabela 50, mostram a falsa inexistência de erros de leitura no sentido deste eixo. Como já mencionado no item 3.2.1.5.1, por tratar-se de um procedimento matemático que considera a interseção de dois raios no espaço para a definição espacial do ponto, verifica-se que qualquer erro existente no sentido do eixo x , é tratado como uma paralaxe horizontal, ocasionando que esta diferença seja compensada matematicamente na determinação da altura do ponto. Os resíduos apresentados no eixo y , podem ser considerados fisicamente como paralaxe vertical existente no modelo fotogramétrico, e servem para mostrar a qualidade da orientação relativa do modelo.

4.3.4 Orientação absoluta do modelo fotogramétrico

Conforme já visto no item 2.9, a orientação absoluta nesta aplicação, consiste na obtenção da transformação matemática isogonal (72) para ser empregada nos pontos de varredura na transformação de coordenadas entre os referenciais de modelo e geodésico local.

Os pontos fotogramétricos de apoio por terem coordenadas em ambos os referenciais fornecem as condições básicas para a determinação dos parâmetros da transformação. Nesta aplicação, considerou-se como observações não correlacionadas tanto as coordenadas no referencial de modelo como as no referencial geodésico local, tendo precisões respectivamente de $(\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 0,025 \text{ mm})$ e $(\sigma_Z = \sigma_Y = \sigma_Z = 0,5 \text{ m})$. Desta forma, utilizou-se da técnica de ajustamento

paramétrico com ponderação de peso, conforme metodologia apresentada no item 2.7, para a determinação dos parâmetros da transformação requerida. A tabela 52 mostra os resultados desta determinação.

TABELA 52 - Resultados obtidos no ajustamento na determinação dos parâmetros da transformação isogonal - orientação absoluta

Resultados obtidos na determinação dos parâmetros do modelo isogonal no espaço						
Coordenadas e resíduos no referencial de modelo						
Nº Ponto	x (mm)	R. x (mm)	y (mm)	R. y (mm)	z (mm)	R. z(mm)
41053	2,070	-0,001	92,026	-0,006	-160,330	-0,004
41054	1,474	-0,002	50,651	0,002	-161,264	-0,004
41057	90,303	0,004	98,733	-0,004	-160,896	0,007
31070	-0,583	-0,003	-1,021	0,002	-157,768	0,006
31069	88,607	0,002	-4,854	0,003	-160,890	-0,007
41104	-3,323	-0,004	-84,522	-0,001	-161,497	0,002
41105	40,103	-0,001	-70,954	0,001	-161,605	-0,001
41108	90,227	0,003	-99,605	-0,003	-159,732	0,000
41107	91,087	0,002	-71,881	0,006	-161,132	0,001
Coordenadas e resíduos no referencial geodésico local						
Nº Ponto	X (m)	R. X (m)	Y (m)	R. Y (m)	Z (m)	R. Z (m)
41053	177,648	0,017	1701,588	0,271	1024,976	0,181
41054	185,875	0,108	1350,772	-0,094	1016,408	0,195
41057	924,426	-0,210	1787,099	0,185	1023,651	-0,319
31070	943,342	0,155	908,019	-0,066	1021,391	-0,302
31069	184,945	-0,084	911,579	-0,163	1045,863	0,316
41104	188,755	0,176	202,075	0,075	1012,655	-0,097
41105	553,024	0,026	331,392	-0,067	1013,133	0,053
41108	987,699	-0,123	104,197	0,141	1030,272	-0,002
41107	986,018	-0,066	340,236	-0,282	1018,843	-0,026
Parâmetros da transformação e suas precisões						
$\kappa = 0,0380445 \pm 0,0001085$			$\varphi = -0,0036604 \pm 0,0002169$			
$\omega = 0,0018542 \pm 0,0001299$			$X_0 = 184,8419155 \pm 0,3082757$			
$Y_0 = 917,8684793 \pm 0,1976513$			$Z_0 = 2385,1712058 \pm 0,4350852$			
$\lambda = 8,4912219 \pm 0,0000299$						

Analisando-se os resíduos apresentados na tabela 52, verifica-se que o modelo matemático isogonal ajustou-se dentro das precisões que foram definidas para as observações, mostrando que foi capaz de modelar as diferenças físicas existentes entre os referenciais envolvidos.

Tendo-se a transformação matemática determinada, as coordenadas dos pontos de varredura, no referencial de modelo, podem ser transformadas para o referencial geodésico local, com a transformação isogonal inversa (73).

Para verificar a precisão obtida com a varredura monoscópica de pontos, determinou-se as coordenadas geodésicas dos pontos de varredura com o sistema fotogramétrico analítico restituidor WILD BC-3 (observou-se o modelo fotogramétrico após as orientações interior, relativa e absoluta concluídas). A tabela 53 mostra as coordenadas dos pontos de varredura no referencial geodésico local e os valores absolutos das diferenças obtidas entre as coordenadas determinadas pelo processo de varredura monoscópica e as observadas no restituidor analítico WILD BC -3.

TABELA 53 - Coordenadas dos pontos de varredura transformadas para o referencial geodésico local e as diferenças absolutas entre valores determinados e observados no aparelho analítico WILD BC-3

Coordenadas dos pontos de varredura no referencial geodésico local e diferenças (absolutas) encontradas entre valores determinados e valores observados						
Nº Ponto	X (m)	Dif. X (m)	Y (m)	Dif. Y (m)	Z (m)	Dif. Z (m)
01	34,406	0,154	1682,320	0,157	1037,103	0,571
02	39,709	0,049	1554,582	0,499	1039,416	0,252
03	311,325	0,447	1553,740	0,183	1033,233	0,703
04	337,213	0,115	1462,710	0,168	1026,443	0,279
05	247,573	0,048	1310,266	0,618	1014,666	0,904
06	291,824	0,066	1141,625	0,195	1016,383	0,239
07	63,751	0,670	1033,533	0,100	1051,274	0,120
08	112,569	0,264	800,426	0,128	1048,720	0,111
09	450,367	0,072	739,042	0,052	1019,163	0,147
10	444,236	0,311	617,600	0,272	1015,298	0,483
11	504,893	0,186	287,823	0,426	1014,705	0,496
12	495,925	0,407	68,825	0,405	1030,875	0,625
13	666,275	0,104	184,651	0,684	1017,304	0,783
14	630,594	0,493	363,094	0,652	1014,694	0,844
15	699,623	0,167	568,578	0,433	1015,140	0,581
16	712,357	0,093	1267,410	0,306	1021,323	0,209
17	728,893	0,247	1800,560	0,011	1017,311	0,015
18	1076,522	0,216	1829,677	0,394	1034,720	0,334
19	1136,851	0,148	1487,638	0,122	1037,533	0,091
20	1157,633	0,111	1196,176	0,047	1039,098	0,336
21	1090,328	0,206	73,017	0,449	1031,734	0,983
Valores médios		0,218		0,300		0,434

Os resultados obtidos e apresentados na tabela 53 comprovam que o procedimento de varredura monoscópica de pontos pode ser utilizado na obtenção de pontos definidores da conformação do relevo, pois os valores médios obtidos nas diferenças entre as coordenadas mostram que o procedimento alcançou as precisões necessárias à determinação das coordenadas espaciais de pontos fotoidentificáveis. Como já mencionado, devido a deficiência matemática do procedimento, verifica-se maiores discrepâncias nas coordenadas altimétricas. Desta forma, para minimizar os erros de leitura no sentido do eixo x (paralaxe horizontal), recomenda-se que os detalhes fotoidentificáveis, definidores dos pontos de varredura, sejam o quanto possível isentos de altura em relação a superfície.

4.4 MONORESTITUIÇÃO DIGITAL DE AEROFOTOS

Conforme já visto no item 3.2.1, a monorestituição digital pode ser definida como um procedimento fotogramétrico matemático que possibilita a obtenção de mapeamento planimétrico digital a partir da digitalização vetorial (monoscópica) de entidades numa aerofoto. Genericamente, o procedimento consiste na aplicação de um conjunto de transformações matemáticas que permitem obter as coordenadas planimétricas do ponto digitalizado no referencial do sistema de projeção adotado.

Apresenta-se neste item os principais resultados numéricos obtidos nos testes realizados com as transformações matemáticas envolvidas no processo de monorestituição digital.

4.4.1 Orientação interior

Conforme já visto no item 3.2.1.2, a orientação interior consiste em prover um conjunto de parâmetros e transformações matemáticas necessárias à obtenção de

fotocoordenadas de pontos digitalizados na aerofoto, com a devida correção dos erros sistemáticos da imagem, conforme apresentado nos itens (2.3.1.3), (2.3.1.4), (2.3.1.5) e (2.5).

Das várias etapas envolvidas na orientação interior, neste trabalho, por se utilizar de um procedimento de medida fotogramétrica não convencional, como também por se utilizar de uma aerofoto digitalizada, apresenta-se com maiores detalhes os resultados obtidos no estudo da modelagem de dados realizada para a correção do trabalho da imagem digital, ou melhor, estudo para a definição do modelo matemático a ser empregado para a transformação de coordenadas observadas no referencial do plano de desenho para o referencial fiducial.

Como já mencionado no item 2.3.1.3, a definição do modelo matemático a ser empregado para a modelagem das deformações da imagem fotográfica, referente ao trabalho do filme, é muitas vezes dependente do número de marcas fiduciais que a imagem contenha. Para realizar este estudo, utilizou-se de duas aerofotos digitais com oito (08) marcas fiduciais, sendo possível verificar o desempenho dos modelos matemáticos propostos neste trabalho.

Os resultados obtidos na modelagem dos dados provenientes das observações das imagens digitais foram comparados com os resultados obtidos da modelagem das observações realizadas nos originais analógicos (negativo), em sistema fotogramétrico analítico WILD BC-2. Desta forma, pode-se ver a eficiência de cada modelo nos respectivos dados, como também as deformações existentes na imagem digital.

As tabelas 54, 55, 56 e 57 mostram os resultados da modelagem de dados para a correção do trabalho do filme com a utilização dos modelos matemáticos afim geral (13), projetiva (14) e polinomial de 2º grau (15), apresentados no item 2.3.1.3. As observações foram realizadas na aerofoto digital, identificada como 01, conforme procedimento mostrado no item 4.1 e, para fins de ajustamento, considerou-se que as observações não são correlacionadas com precisões para as coordenadas no referencial

fiducial de ($\sigma_X = 0,005$ mm e $\sigma_Y = 0,005$ mm) e para as observações no referencial do plano de desenho de ($\sigma_x = 0,0125$ mm e $\sigma_y = 0,0125$ mm).

TABELA 54 - Coordenadas das marcas fiduciais nos referenciais do plano gráfico e fiducial da aerofoto digital 01

Observações das marcas fiduciais no sistema digital - Câmara WILD RC -08 (Agritec)				
Nº da marca	Coordenadas no Ref. plano gráfico		Coordenadas no Ref. fiducial	
	Coord. x (mm)	Coord. y (mm)	Coord. X (mm)	Coord. Y (mm)
01	16,504	-20,216	-106,018	106,021
02	122,568	-17,733	0,000	110,029
03	228,506	-23,309	105,996	106,022
04	230,854	-129,316	109,991	0,017
05	225,217	-235,152	105,988	-105,978
06	119,176	-237,602	-0,016	-109,991
07	13,299	-232,019	-105,999	-105,978
08	10,907	-126,073	-110,007	0,022

TABELA 55 - Resultados obtidos do ajustamento da transformação afim geral nos dados obtidos da aerofoto digital 01

Resultados da modelagem de dados com o modelo afim geral				
Nº da marca	Resíduos - Ref. plano gráfico		Resíduos - Ref. fiducial	
	Coord. x (mm)	Coord. y (mm)	Coord. X (mm)	Coord. Y (mm)
01	0,014	0,015	-0,002	-0,002
02	0,005	-0,021	-0,001	0,002
03	-0,018	-0,009	0,002	0,001
04	0,002	0,018	0,000	-0,002
05	0,010	0,002	-0,001	0,000
06	0,007	-0,001	-0,001	0,000
07	-0,016	-0,017	0,002	0,002
08	-0,004	0,013	0,000	-0,001
Val. médio abs.	0,010	0,012	0,001	0,001
Parâmetros da transformação Afim Geral determinados e suas precisões				
$a_1 = 0,9999778 \pm 0,0000633$		$a_2 = -0,0153558 \pm 0,0000633$		
$x_0 = 120,8866271 \pm 0,0058848$		$a_3 = 0,0147102 \pm 0,0000633$		
$a_4 = 1,0005577 \pm 0,0000633$		$y_0 = -127,6980688 \pm 0,0058845$		

TABELA 56 - Resultados obtidos do ajustamento da transformação projetiva nos dados obtidos da aerofoto digital 01

Resultados da modelagem de dados com o modelo Projetivo				
Nº da marca	Resíduos - Ref. plano gráfico		Resíduos - Ref. fiducial	
	Coord. x (mm)	Coord. y (mm)	Coord. X (mm)	Coord. Y (mm)
01	-0,001	0,015	0,000	-0,002
02	-0,002	-0,030	0,000	0,003
03	0,001	0,010	0,000	-0,001
04	0,007	0,010	-0,001	-0,001
05	-0,007	-0,008	0,001	0,001
06	0,000	0,007	0,000	-0,001
07	0,005	-0,005	-0,001	0,001
08	-0,003	0,002	0,000	0,000
Val. médio abs.	0,003	0,011	0,000	0,001
Parâmetros da transformação Projetiva determinados e suas precisões				
$a_1 = 0,9999076 \pm 0,0000398$		$a_2 = -0,0153547 \pm 0,0000198$		
$a_3 = -122,8285144 \pm 0,0051342$		$a_4 = 0,0000009 \pm 0,0000002$		
$a_5 = 0,0000014 \pm 0,0000002$		$a_6 = 0,0147093 \pm 0,0000198$		
$a_7 = 1,0004875 \pm 0,0000398$		$a_8 = 125,9944954 \pm 0,0051751$		

TABELA 57 - Resultados obtidos do ajustamento da transformação polinomial de 2º grau nos dados obtidos da aerofoto digital 01

Resultados da modelagem de dados com o modelo Polinomial de 2º grau				
Nº da marca	Resíduos - Ref. plano gráfico		Resíduos - Ref. fiducial	
	Coord. x (mm)	Coord. y (mm)	Coord. X (mm)	Coord. Y (mm)
01	0,003	0,011	0,000	-0,001
02	-0,001	-0,018	0,000	0,002
03	-0,002	0,007	0,000	-0,001
04	0,005	0,004	-0,001	0,000
05	-0,003	-0,011	0,000	0,001
06	0,001	0,018	0,000	-0,002
07	0,002	-0,007	0,000	0,001
08	-0,005	-0,004	0,001	0,000
Val. médio abs.	0,003	0,010	0,000	0,001
Parâmetros da transformação Polinomial de 2º grau determinados e suas precisões				
$a_0 = -122,8320527 \pm 0,0087012$		$a_1 = 1,0000380 \pm 0,0001293$		
$a_2 = -0,0152346 \pm 0,0001340$		$a_3 = -0,0000012 \pm 0,0000003$		
$a_4 = -0,0000009 \pm 0,0000005$		$a_5 = -0,0000001 \pm 0,0000005$		
$b_0 = 125,9989854 \pm 0,0087044$		$b_1 = 0,0144088 \pm 0,0001294$		
$b_2 = 1,0002909 \pm 0,0001341$		$b_3 = -0,0000010 \pm 0,0000003$		
$b_4 = 0,0000007 \pm 0,0000005$		$b_5 = -0,0000015 \pm 0,0000005$		

Analisando-se os resíduos apresentados nas tabelas 55, 56 e 57, verifica-se que todos os modelos matemáticos conseguiram parametrizar as diferenças físicas existentes entre os referenciais envolvidos, dentro das precisões pré-determinadas. Entretanto, os resíduos obtidos com os modelos projetivo e polinomial de 2º grau são menores que os obtidos com o modelo afim geral. No caso do polinomial, tem-se uma melhor distribuição dos resíduos entre as marcas fiduciais, mostrando ser o modelo mais apropriado para a modelagem das diferenças físicas existentes entre os referenciais existentes nesta aplicação.

Para fins de comparação de resultados e verificação de prováveis deformações geométricas existentes na imagem digital, apresenta-se nas tabelas 58, 59, 60 e 61 os resultados da modelagem de dados provenientes das observações realizadas no sistema analítico WILD BC-2 com a imagem analógica (filme aéreo), original fotográfico da imagem digital 01. Para fins de ajustamento, considerou-se que as observações não são correlacionadas com precisões para as coordenadas no referencial fiducial de ($\sigma_X = 0,005$ mm e $\sigma_Y = 0,005$ mm) e para as observações no referencial de placa de ($\sigma_x = 0,010$ mm e $\sigma_y = 0,010$ mm).

TABELA 58 - Coordenadas das marcas fiduciais nos referenciais de placa e fiducial da aerofoto analógica 01

Observações das marcas fiduciais no sistema analítico WILD BC-2- Câmara WILD RC -08 (Agritec)				
Nº da marca	Coordenadas no Ref. de placa		Coordenadas no Ref. fiducial	
	Coord. x (mm)	Coord. y (mm)	Coord. X (mm)	Coord. Y (mm)
01	-103,933	-104,671	-106,018	106,021
02	105,520	109,817	0,000	110,029
03	-106,413	107,303	105,996	106,022
04	107,966	-102,152	109,991	0,017
05	-109,185	1,276	105,988	-105,978
06	110,746	3,876	-0,016	-109,991
07	-0,479	112,555	-105,999	-105,978
08	2,069	-107,410	-110,007	0,022

TABELA 59 - Resultados obtidos do ajustamento da transformação afim geral nos dados obtidos da aerofoto analógica 01

Resultados da modelagem de dados com o modelo afim geral				
Nº da marca	Resíduos - Ref. de placa		Resíduos - Ref. fiducial	
	Coord. x (mm)	Coord. y (mm)	Coord. X (mm)	Coord. Y (mm)
01	-0,001	0,008	0,000	-0,001
02	0,000	-0,002	0,000	0,000
03	-0,003	-0,004	0,000	0,000
04	0,009	0,004	-0,001	0,000
05	0,012	-0,004	-0,001	0,000
06	-0,001	-0,001	0,000	0,000
07	-0,003	0,008	0,000	-0,001
08	-0,013	-0,009	0,001	0,001
Val. médio abs.	0,005	0,005	0,000	0,000
Parâmetros da transformação Afim Geral determinados e suas precisões				
$a_1 = 1,0002281 \pm 0,0000328$		$a_2 = 0,0116182 \pm 0,0000328$		
$x_0 = 0,7947351 \pm 0,0030464$		$a_3 = -0,0118632 \pm 0,0000328$		
$a_4 = 1,0000357 \pm 0,0000328$		$y_0 = 2,5538499 \pm 0,0030465$		

TABELA 60 - Resultados obtidos do ajustamento da transformação projetiva nos dados obtidos da aerofoto analógica 01

Resultados da modelagem de dados com o modelo Projetivo				
Nº da marca	Resíduos - Ref. de placa		Resíduos - Ref. fiducial	
	Coord. x (mm)	Coord. y (mm)	Coord. X (mm)	Coord. Y (mm)
01	-0,002	0,004	0,000	0,000
02	0,000	-0,006	0,000	0,001
03	-0,004	0,001	0,000	0,000
04	0,007	0,007	-0,001	-0,001
05	0,010	-0,004	0,001	0,000
06	-0,002	-0,001	0,000	0,000
07	-0,001	0,008	0,000	-0,001
08	-0,009	-0,007	0,001	0,001
Val. médio abs.	0,004	0,005	0,000	0,000
Parâmetros da transformação Projetiva determinados e suas precisões				
$a_1 = 1,0002278 \pm 0,0000110$		$a_2 = 0,0116182 \pm 0,0000110$		
$a_3 = -0,8279314 \pm 0,0013935$		$a_4 = -0,0000004 \pm 0,0000001$		
$a_5 = 0,0000000 \pm 0,0000001$		$a_6 = -0,0118633 \pm 0,0000110$		
$a_7 = 1,0000354 \pm 0,0000110$		$a_8 = -2,5443390 \pm 0,0013930$		

TABELA 61 - Resultados obtidos do ajustamento da transformação polinomial de 2º grau nos dados obtidos da aerofoto analógica 01

Resultados da modelagem de dados com o modelo Polinomial de 2º grau				
Nº da marca	Resíduos - Ref. de placa		Resíduos - Ref. fiducial	
	Coord. x (mm)	Coord. y (mm)	Coord. X (mm)	Coord. Y (mm)
01	-0,002	0,009	0,000	-0,001
02	0,002	-0,009	0,000	0,001
03	-0,010	-0,006	0,001	0,001
04	0,010	0,006	-0,001	-0,001
05	0,011	-0,003	-0,001	0,000
06	-0,011	0,003	0,001	0,000
07	0,008	0,015	-0,001	-0,002
08	-0,008	-0,015	0,001	0,002
Val. médio abs.	0,008	0,008	0,001	0,001
Parâmetros da transformação Polinomial de 2º grau determinados e suas precisões				
$a_0 = -0,8287540 \pm 0,0081843$		$a_1 = 1,0002271 \pm 0,0000253$		
$a_2 = 0,0116201 \pm 0,0000255$		$a_3 = -0,0000001 \pm 0,0000003$		
$a_4 = 0,0000008 \pm 0,0000005$		$a_5 = -0,0000004 \pm 0,0000005$		
$b_0 = -2,5486203 \pm 0,0081829$		$b_1 = -0,0118638 \pm 0,0000253$		
$b_2 = 1,0000337 \pm 0,0000254$		$b_3 = 0,0000001 \pm 0,0000003$		
$b_4 = 0,0000001 \pm 0,0000005$		$b_5 = 0,0000004 \pm 0,0000005$		

Analisando-se os resíduos apresentados nas tabelas 59 e 60, verifica-se que o desempenho das transformações afim geral e projetiva foram equivalentes, obtendo-se resultados dentro das precisões esperadas para este tipo de aplicação.

Analisando-se os resultados apresentados na tabela 61, referentes ao ajustamento da transformação polinomial de 2º grau, verifica-se que o modelo em questão não se adapta a parametrização requerida. Tem-se neste caso, uma degradação dos resultados devido a super parametrização do modelo, tendo em vista existência de vários parâmetros insignificantes no ajustamento. Considerando somente os parâmetros significantes, o modelo polinomial de 2º grau é transformado num polinômio de 1º grau (transformação afim geral), mostrando que as deformações na imagem analógica encontra-se somente no domínio linear.

Comparando-se os resultados obtidos com as modelagens realizadas nas imagens digital e analógica, verificou-se que a imagem digital apresenta possíveis

deformações acima do domínio linear. A resolução da imagem pode ser considerada como a causa mais provável de maior deformação na imagem digital, podendo existir parcelas de deformações devidas ao procedimento de leitura, como também a deformação no processo de digitalização matricial, sendo esta última a menos provável por ter sido utilizado “scanner” específico para trabalhos fotogramétricos no domínio digital.

Para melhor avaliar as conclusões apresentadas sobre este tipo de modelagem de dados, de grande importância para as aplicações dos procedimentos fotogramétricos no domínio analítico e digital, apresenta-se os resultados obtidos com a modelagem da segunda aerofoto digital e analógica.

As tabelas 62, 63, 64 e 65 mostram os resultados obtidos com as modelagens realizadas com as observações das marcas fiduciais da aerofoto digital, identifica como 02, adotando-se as mesmas considerações que foram empregadas nos testes feitos na aerofoto digital 01.

TABELA 62 - Coordenadas das marcas fiduciais nos referenciais do plano gráfico e fiducial da aerofoto digital 02

Observações das marcas fiduciais no sistema digital - Câmara WILD RC -08 (Aeroimagem)				
Nº da marca	Coordenadas no Ref. plano gráfico		Coordenadas no Ref. fiducial	
	Coord. x (mm)	Coord. y (mm)	Coord. X (mm)	Coord. Y (mm)
01	15,039	-11,419	-105,988	-0,001
02	121,062	-8,210	0,009	110,015
03	226,980	-13,011	106,016	106,016
04	230,098	-119,005	110,001	0,009
05	225,199	-224,927	106,003	-105,983
06	119,220	-228,105	-0,005	-109,979
07	13,313	-223,318	-105,993	-105,983
08	10,181	-117,341	-109,991	0,020

TABELA 63 - Resultados obtidos do ajustamento da transformação afim geral nos dados obtidos da aerofoto digital 02

Resultados da modelagem de dados com o modelo afim geral				
Nº da marca	Resíduos - Ref. plano gráfico		Resíduos - Ref. fiducial	
	Coord. x (mm)	Coord. y (mm)	Coord. X (mm)	Coord. Y (mm)
01	0,019	0,006	-0,002	-0,001
02	-0,015	-0,008	0,002	0,001
03	0,000	-0,002	0,000	0,000
04	-0,009	0,001	0,001	0,000
05	0,018	0,010	-0,002	-0,001
06	-0,004	-0,009	0,000	0,001
07	-0,010	-0,004	0,001	0,000
08	0,000	0,006	0,000	-0,001
Val. médio abs.	0,009	0,006	0,001	0,001
Parâmetros da transformação Afim Geral determinados e suas precisões				
$a_1 = 1,0003224 \pm 0,0000489$		$a_2 = -0,0082643 \pm 0,0000489$		
$x_0 = 120,1298250 \pm 0,0045466$		$a_3 = 0,0075381 \pm 0,0000489$		
$a_4 = 1,0003784 \pm 0,0000489$		$y_0 = -118,1835022 \pm 0,0045466$		

TABELA 64 - Resultados obtidos do ajustamento da transformação projetiva nos dados obtidos da aerofoto digital 02

Resultados da modelagem de dados com o modelo Projetivo				
Nº da marca	Resíduos - Ref. plano gráfico		Resíduos - Ref. fiducial	
	Coord. x (mm)	Coord. y (mm)	Coord. X (mm)	Coord. Y (mm)
01	0,016	0,012	-0,002	-0,001
02	-0,026	-0,007	0,003	0,001
03	0,019	0,001	-0,002	0,000
04	0,016	-0,011	0,002	0,001
05	0,014	0,019	-0,002	-0,002
06	-0,006	-0,011	0,001	0,001
07	-0,001	-0,001	0,000	0,000
08	0,000	-0,002	0,000	0,000
Val. médio abs.	0,012	0,008	0,002	0,001
Parâmetros da transformação Projetiva determinados e suas precisões				
$a_1 = 1,0002223 \pm 0,0000498$		$a_2 = -0,0082635 \pm 0,0000256$		
$a_3 = -121,1327276 \pm 0,0062846$		$a_4 = 0,0000001 \pm 0,0000003$		
$a_5 = 0,0000009 \pm 0,0000003$		$a_6 = 0,0075373 \pm 0,0000256$		
$a_7 = 1,0002784 \pm 0,0000498$		$a_8 = 117,3187361 \pm 0,0062321$		

TABELA 65 - Resultados obtidos do ajustamento da transformação polinomial de 2º grau nos dados obtidos da aerofoto digital 02

Resultados da modelagem de dados com o modelo Polinomial de 2º grau				
Nº da marca	Resíduos - Ref. plano gráfico		Resíduos - Ref. fiducial	
	Coord. x (mm)	Coord. y (mm)	Coord. X (mm)	Coord. Y (mm)
01	0,001	-0,002	0,000	0,000
02	-0,005	0,001	0,001	0,000
03	0,005	0,001	-0,001	0,000
04	-0,004	-0,002	0,000	0,000
05	-0,001	0,002	0,000	0,000
06	0,005	-0,001	-0,001	0,000
07	-0,005	-0,001	0,001	0,000
08	0,004	0,002	0,000	0,000
Val. médio abs.	0,004	0,002	0,000	0,000
Parâmetros da transformação Polinomial de 2º grau determinados e suas precisões				
$a_0 = -121,1152283 \pm 0,0029741$		$a_1 = 0,9998378 \pm 0,0000491$		
$a_2 = -0,0078586 \pm 0,0000481$		$a_3 = -0,0000011 \pm 0,0000001$		
$a_4 = 0,0000015 \pm 0,0000002$		$a_5 = 0,0000012 \pm 0,0000002$		
$b_0 = 117,3342010 \pm 0,0029750$		$b_1 = 0,0072611 \pm 0,0000491$		
$b_2 = 1,0004154 \pm 0,0000481$		$b_3 = -0,0000005 \pm 0,0000001$		
$b_4 = 0,0000009 \pm 0,0000002$		$b_5 = -0,0000001 \pm 0,0000002$		

Analisando-se os resultados obtidos nas tabelas 63, 64 e 65, verifica-se que o modelo matemático polinomial de 2º grau conseguiu parametrizar de forma mais eficiente as deformações existentes na imagem digital, comprovando a existência de uma possível deformação acima do domínio linear nas observações provenientes da imagem digital.

As tabelas 66, 67, 68 e 69 mostram os resultados obtidos com as modelagens realizadas com as observações das marcas fiduciais da aerofoto analógica 02, adotando-se as mesmas considerações que foram empregadas nos testes feitos na aerofoto analógica 01.

TABELA 66 - Coordenadas das marcas fiduciais nos referenciais de placa e fiducial da aerofoto analógica 02

Observações das marcas fiduciais no sistema analítico WILD BC-2 Câmara WILD RC - 08 (Aeroimagem)				
Nº da marca	Coordenadas no Ref. de placa		Coordenadas no Ref. fiducial	
	Coord. x (mm)	Coord. y (mm)	Coord. X (mm)	Coord. Y (mm)
01	105,875	-101,561	-105,993	-105,983
02	-106,427	110,013	106,016	106,016
03	-106,078	-101,987	-105,988	106,018
04	105,465	110,410	106,003	-105,983
05	-0,110	-105,779	-109,991	0,020
06	-0,486	114,182	110,001	0,009
07	-110,269	4,004	0,009	110,015
08	109,660	4,424	-0,005	-109,979

TABELA 67 - Resultados obtidos do ajustamento da transformação afim geral nos dados obtidos da aerofoto analógica 02

Resultados da modelagem de dados com o modelo afim geral				
Nº da marca	Resíduos - Ref. de placa		Resíduos - Ref. fiducial	
	Coord. x (mm)	Coord. y (mm)	Coord. X (mm)	Coord. Y (mm)
01	-0,015	-0,007	0,001	-0,002
02	-0,017	-0,011	0,001	-0,002
03	0,004	0,006	-0,001	0,000
04	0,011	0,001	0,000	0,001
05	0,005	0,005	-0,001	0,001
06	0,000	0,015	-0,002	0,000
07	0,010	-0,005	0,001	0,001
08	0,002	-0,004	0,000	0,000
Val. médio abs.	0,008	0,007	0,001	0,001
Parâmetros da transformação Afim Geral determinados e suas precisões				
$a_1 = -0,0019806 \pm 0,0000458$		$a_2 = 1,0000903 \pm 0,0000458$		
$x_0 = -0,2796191 \pm 0,0042567$		$a_3 = -1,0003377 \pm 0,0000458$		
$a_4 = -0,0017831 \pm 0,0000458$		$y_0 = 4,2067835 \pm 0,0042568$		

TABELA 68 - Resultados obtidos do ajustamento da transformação projetiva nos dados obtidos da aerofoto analógica 02

Resultados da modelagem de dados com o modelo Projetivo				
Nº da marca	Resíduos - Ref. de placa		Resíduos - Ref. fiducial	
	Coord. x (mm)	Coord. y (mm)	Coord. X (mm)	Coord. Y (mm)
01	-0,006	-0,005	0,001	-0,001
02	-0,008	-0,009	0,001	-0,001
03	-0,007	0,000	0,000	-0,001
04	0,000	-0,005	0,001	0,000
05	0,008	0,001	0,000	0,001
06	0,003	0,010	-0,001	0,000
07	0,010	0,003	0,000	0,001
08	0,001	0,005	-0,001	0,000
Val. médio abs.	0,005	0,005	0,001	0,001
Parâmetros da transformação Projetiva determinados e suas precisões				
$a_1 = -0,0019806 \pm 0,0000124$		$a_2 = 1,0000856 \pm 0,0000124$		
$a_3 = -4,2174979 \pm 0,0015687$		$a_4 = -0,0000002 \pm 0,0000001$		
$a_5 = -0,0000011 \pm 0,0000001$		$a_6 = 1,0003330 \pm 0,0000124$		
$a_7 = -0,0017831 \pm 0,0000124$		$a_8 = -0,2702613 \pm 0,0015703$		

TABELA 69 - Resultados obtidos do ajustamento da transformação polinomial de 2º grau nos dados obtidos da aerofoto analógica 02

Resultados da modelagem de dados com o modelo Polinomial de 2º grau				
Nº da marca	Resíduos - Ref. de placa		Resíduos - Ref. fiducial	
	Coord. x (mm)	Coord. y (mm)	Coord. X (mm)	Coord. Y (mm)
01	0,002	0,004	0,000	0,000
02	-0,002	-0,004	0,000	0,000
03	-0,007	0,005	-0,001	-0,001
04	0,007	-0,005	0,001	0,001
05	0,004	-0,009	0,001	0,000
06	-0,004	0,009	-0,001	0,000
07	0,009	-0,001	0,000	0,001
08	-0,009	0,001	0,000	-0,001
Val. médio abs.	0,006	0,005	0,001	0,001
Parâmetros da transformação Polinomial de 2º grau determinados e suas precisões				
$a_0 = -4,1994133 \pm 0,0053084$		$a_1 = -0,0019832 \pm 0,0000165$		
$a_2 = 1,0000890 \pm 0,0000167$		$a_3 = 0,0000005 \pm 0,0000002$		
$a_4 = -0,0000011 \pm 0,0000003$		$a_5 = 0,0000002 \pm 0,0000003$		
$b_0 = -0,2901399 \pm 0,0053096$		$b_1 = -1,0003316 \pm 0,0000165$		
$b_2 = -0,0017932 \pm 0,0000167$		$b_3 = 0,0000013 \pm 0,0000002$		
$b_4 = 0,0000009 \pm 0,0000003$		$b_5 = 0,0000012 \pm 0,0000003$		

Analisando-se os resultados obtidos nas tabelas 67, 68 e 69 verifica-se para esta aerofoto, que as transformações matemáticas testadas comportaram-se de forma semelhante na modelagem dos dados.

Pelos resultados apresentados com o ajustamento do modelo polinomial de 2º grau, verifica-se que existe na aerofoto analógica uma pequena deformação não linear, tendo em vista que o modelo ajustou-se bem, pois todos os seus parâmetros são significantes. Entretanto, os seus resultados são equivalentes aos obtidos com a transformação projetiva, confirmando a hipótese de uma pequena deformação não linear, provavelmente causada por falhas no sistema de planificação do filme na periferia do plano focal, pois visualmente verifica-se um pequeno desfoque nas imagens das marcas fiduciais.

Pelos resultados apresentados neste item sobre a parametrização matemática do trabalho do filme e deformações existentes na imagem digital, pode-se concluir que é muito provável que exista uma pequena deformação não linear nas observações provenientes da imagem digital, mostrando-se que o modelo polinomial de 2º grau se aplica de forma mais adequada nesta modelagem de dados. Entretanto, os resultados obtidos com os outros modelos testados encontram-se dentro da precisão necessária para a aplicação dos procedimentos fotogramétricos empregados neste trabalho.

Considerando-se que a maior parte das câmaras aerofotogramétricas utilizadas atualmente no mercado nacional são providas de somente quatro marcas fiduciais, como também pela facilidade de utilização e análise dos resultados, recomenda-se ter o modelo matemático afim geral, como transformação padrão (“default”) neste tipo de aplicação, pois verifica-se na prática, em sistemas desta natureza, que nem sempre o usuário final tem conhecimentos suficientes para a realizar uma análise da modelagem a ser realizada.

4.4.2 Orientação espacial aproximada

Conforme já visto no item 3.2.1.3, o procedimento de orientação espacial aproximada consiste na determinação dos parâmetros da transformação matemática projetiva plana que faz a transformação aproximada de coordenadas fotogramétricas, para o referencial geodésico local plano. Esta transformação é utilizada na determinação inicial das coordenadas geodésicas do ponto observado na aerofoto digital, para permitir a primeira determinação altimétrica do ponto no sistema de modelamento matemático de superfície e a depuração de possíveis erros grosseiros nos pontos de apoio.

O procedimento pode ser subdividido em duas fases: a primeira consiste nas observações de pontos fotogramétricos de apoio e obtenção das coordenadas geodésicas locais destes pontos, e a segunda consiste na determinação dos parâmetros da transformação e análise dos resultados.

As tabelas 70, 71 e 72 mostram os resultados numéricos desta aplicação, realizada numa região de relevo muito acidentado (campo de calibração de câmaras aéreas). As observações foram realizadas na aerofoto digital, conforme procedimento mostrado no item 4.1, considerando-se que as mesmas não são correlacionadas com precisões para as coordenadas no referencial fotogramétrico de ($\sigma_x = 0,0125$ mm e $\sigma_y = 0,0125$ mm) e para as observações no referencial geodésico local de ($\sigma_X = 0,5$ m e $\sigma_Y = 0,5$ m). Desta forma, utilizou-se da técnica de ajustamento paramétrico com ponderação de peso, conforme metodologia apresentada no item 2.7, para a determinação dos parâmetros da transformação projetiva plana.

TABELA 70 - Coordenadas dos pontos fotogramétricos de apoio nos referenciais fotogramétrico e geodésico local - Campo de Calibração

Observações dos pontos fotogramétrico de apoio - Campo de Calibração					
Nº do pto	Coordenadas no Referencial fotogramétrico		Coordenadas no Referencial geodésico local		
	Coord. x (mm)	Coord. y (mm)	Coord. X (m)	Coord. Y (m)	Coord. Z (m)
102	85,216	50,551	2772,976	2551,936	1188,950
105	28,695	75,682	2162,154	2847,037	1202,231
108	22,452	58,732	2086,687	2665,531	1201,723
110	19,953	69,516	2064,169	2783,923	1202,332
112	1,774	89,218	1875,224	3013,758	1190,488
113	-14,800	96,585	1696,249	3106,807	1183,633
124	-29,681	-107,066	1435,272	850,564	1159,949
125	11,827	-89,486	1907,748	1029,071	1158,591
127	48,964	-16,770	2419,819	1800,256	953,297
130	86,589	-11,931	2894,918	1841,991	947,836

TABELA 71 - Resultados obtidos do ajustamento da transformação projetiva nas observações dos pontos fotogramétricos de apoio - Campo de Calibração

Resultados do ajustamento da transformação projetiva plana				
Nº do ponto	Resíduos - Referencial fotogramétrico		Resíduos - Referencial geodésico local	
	Coord. x (mm)	Coord. y (mm)	Coord. X (m)	Coord. Y (m)
102	-0,333	0,105	43,682	-14,160
105	0,003	-0,021	-0,228	3,355
108	-0,017	-0,109	3,719	16,795
110	0,008	-0,070	-0,382	11,086
112	0,047	0,046	7,441	-7,302
113	0,022	0,101	-4,447	-16,521
124	0,066	-0,054	-7,719	7,194
125	-0,271	0,168	32,162	-21,963
127	0,189	-0,204	-21,981	28,092
130	0,285	0,039	-37,366	-6,577
Parâmetros da transformação Projetiva determinados e suas precisões				
$a_1 = 10,7272501 \pm 0,8947450$			$a_2 = 1,5167911 \pm 0,5800879$	
$a_3 = 1823,4380403 \pm 10,5762323$			$a_4 = -0,0004065 \pm 0,0003307$	
$a_5 = -0,0006682 \pm 0,0003055$			$a_6 = -2,0048619 \pm 0,8435619$	
$a_7 = 12,4301981 \pm 0,6136531$			$a_8 = 2078,0874619 \pm 27,3646321$	

TABELA 72 - Diferenças de coordenadas planimétricas, obtidas com a transformação matemática - aplicada em outros pontos pré-sinalizados existentes no Campo de Calibração

Diferenças planimétricas de pontos fotogramétricos transformados - campo de calibração		
Nº do ponto	Resíduo X (m)	Resíduo Y (m)
101	32,093	0,605
104	29,891	2,360
106	13,617	8,011
111	6,598	2,946
115	0,696	8,805
114	0,755	1,240
116	4,379	22,310
118	3,413	78,860
117	1,017	46,429
109	1,539	45,387
107	6,883	25,222
123	12,056	45,180
126	6,109	50,924
128	23,100	23,226
129	30,921	12,593
Média	11,538	24,940

Analisando-se os resultados apresentados nas tabelas 71 e 72, verifica-se que a transformação projetiva plana não conseguiu parametrizar as diferenças físicas existentes entre os referenciais. Como já mencionado no item 3.2.1.3, este tipo de transformação matemática não consegue parametrizar os deslocamentos da imagem causados pela variação de altura do ponto (paralaxe horizontal), podendo ser melhor aproximada em regiões de conformação de relevo menos acidentado. Como a região em questão (campo de calibração de câmaras) apresenta grande variação de altura, os resultados obtidos encontram-se dentro do esperado.

As tabelas 73, 74 e 75 mostram os resultados obtidos na região de Guarapuava, onde se tem uma conformação de relevo relativamente plano. Para fins de ajustamento utilizou-se das mesmas considerações estabelecidas no exemplo anterior.

TABELA 73 - Coordenadas dos pontos fotogramétricos de apoio nos referenciais fotogramétrico e geodésico local - Região de Guarapuava

Observações dos pontos fotogramétrico de apoio - Região de Guarapuava					
Nº do pto	Coordenadas no Referencial fotogramétrico		Coordenadas no Referencial geodésico local		
	Coord. x (mm)	Coord. y (mm)	Coord. X (m)	Coord. Y (m)	Coord. Z (m)
41053	-85,973	88,841	177,648	1701,588	1024,976
41054	-85,666	49,149	185,875	1350,772	1016,408
41057	-2,017	95,866	924,426	1787,099	1023,651
41059	52,301	80,217	1407,107	1651,668	1041,715
41062	89,285	48,735	1735,423	1381,305	1049,970
31068	91,425	-6,423	1770,596	899,020	1046,121
41103	-85,991	-61,895	210,013	354,124	1012,977
41104	-88,859	-78,748	188,755	202,075	1012,655
41108	-0,291	-93,354	987,699	104,197	1030,272
41112	83,042	-91,731	1723,770	143,186	1035,918
41111	85,630	-58,706	1736,829	436,396	1038,920

TABELA 74 - Resultados obtidos do ajustamento da transformação projetiva nas observações dos pontos fotogramétricos de apoio - Região de Guarapuava

Resultados do ajustamento da transformação projetiva plana				
Nº do ponto	Resíduos - Referencial fotogramétrico		Resíduos - Referencial geodésico local	
	Coord. x (mm)	Coord. y (mm)	Coord. X (m)	Coord. Y (m)
41053	0,011	-0,018	-1,978	3,173
41054	-0,010	0,000	1,806	-0,036
41057	0,004	0,032	-0,584	-5,903
41059	0,005	-0,005	-0,942	0,971
41062	-0,012	-0,011	2,124	2,059
31068	-0,006	-0,002	1,056	0,367
41103	-0,004	-0,005	0,733	0,921
41104	0,000	-0,001	-0,042	0,252
41108	0,000	0,017	0,106	-2,952
41112	0,007	-0,004	-1,279	0,715
41111	0,005	-0,003	-1,000	0,434
Parâmetros da transformação Projetiva determinados e suas precisões				
$a_1 = 8,9758356 \pm 0,0165178$			$a_2 = -0,2253118 \pm 0,0165142$	
$a_3 = 966,2931842 \pm 1,0304095$			$a_4 = 0,0001055 \pm 0,0000144$	
$a_5 = 0,0000332 \pm 0,0000146$			$a_6 = 0,3520347 \pm 0,0154416$	
$a_7 = 8,9111343 \pm 0,0166224$			$a_8 = 932,9172720 \pm 1,0067509$	

TABELA 75 - Diferenças de coordenadas planimétricas, obtidas com a transformação matemática - aplicada em pontos fotogramétricos (detalhes fotoidentificáveis) existentes na Região de Guarapuava

Diferenças planimétricas de pontos fotogramétricos transformados - Região de Guarapuava		
Nº do ponto	Resíduo X (m)	Resíduo Y (m)
1149	5,385	5,471
1148	3,980	5,196
1150	1,805	2,501
1151	2,398	0,204
1152	1,896	0,375
1153	0,995	0,569
1154	0,095	1,007
1106	9,589	4,144
1156	1,702	1,788
1155	1,030	2,006
1157	1,454	2,235
1112	1,841	3,329
1111	0,870	2,270
1158	4,799	9,050
1113	1,402	3,080
1114	1,227	2,681
1116	0,551	1,316
1117	0,253	0,954
1119	0,451	1,126
Média	2,196	2,595

Analisando-se os resultados apresentados nas tabelas 74 e 75, verifica-se que o modelo matemático projetivo plano, por tratar-se de uma região de conformação de relevo relativamente plana, conseguiu melhor parametrização das diferenças físicas existentes entre os dois referenciais envolvidos na aplicação.

Tratando-se de uma transformação aproximada, para ser aplicada numa primeira determinação de coordenadas planas também aproximada, as precisões alcançadas nas regiões testadas neste trabalho, foram suficientes para a determinação altimétrica do ponto no sistema de modelamento de superfície implementado no processo de monorestituição digital.

4.4.3 Orientação espacial exata

Conforme já visto no item 3.2.1.4, a orientação espacial exata é considerada neste trabalho como o procedimento empregado na determinação dos parâmetros de orientação exterior da aerofoto digital $(\chi, \varphi, \omega, X_o, Y_o, Z_o)$.

Tendo-se as observações dos pontos fotogramétricos, realizadas no procedimento de orientação espacial aproximada (coordenadas dos pontos fotogramétricos no referencial fotogramétrico e referencial geodésico local) e a distância focal calibrada da aerofoto, aplica-se o procedimento fotogramétrico, conforme metodologia apresentada no item 2.7 deste trabalho.

As tabelas 76 e 77 mostram os resultados numéricos da aplicação do procedimento proposto, nas regiões do Campo de Calibração e Guarapuava, anteriormente testadas na orientação espacial aproximada. Para fins de ajustamento para a determinação dos parâmetros, utilizou-se das mesmas observações e considerações apresentadas no item 4.4.2.

TABELA 76 - Resultados obtidos do ajustamento das equações de colinearidade, nas observações dos pontos fotogramétricos de apoio - Campo de Calibração

Resultados do ajustamento do modelo equação de colinearidade - Campo de calibração de câmaras			
Referencial Fotogramétrico			
Nº do Ponto	Resíduo em x (mm)	Resíduo em y (mm)	
102	0,008	0,008	
105	0,004	-0,003	
108	-0,009	-0,002	
110	-0,005	0,001	
112	-0,006	-0,004	
113	0,012	0,003	
124	-0,002	-0,008	
125	-0,006	0,015	
127	0,016	-0,030	
130	-0,012	0,018	
Referencial geodésico local			
Nº do Ponto	Resíd. em X (m)	Resíd. em Y (m)	Resíd. em Z (m)
102	-0,206	-0,177	-0,171
105	-0,096	0,072	0,015
108	0,206	0,047	0,050
110	0,124	-0,039	0,000
112	0,146	0,093	0,059
113	-0,275	-0,066	-0,021
124	0,059	0,185	-0,142
125	0,114	-0,349	0,211
127	-0,308	0,620	-0,173
130	0,236	-0,386	0,171
Parâmetros determinados e suas precisões			
$\kappa = 6,2426945 \pm 0,0001203$		$\varphi = 0,0038045 \pm 0,0003752$	
$\omega = -0,0004715 \pm 0,0004481$		$X_o = 1822,5395342 \pm 0,6947885$	
$Y_o = 2036,2740105 \pm 0,9664790$		$Z_o = 2867,8651137 \pm 0,2345527$	

TABELA 77 - Resultados obtidos do ajustamento das equações de colinearidade, nas observações dos pontos fotogramétricos de apoio - Região de Guarapuava

Resultados do ajustamento do modelo equação de colinearidade - Região de Guarapuava			
Referencial Fotogramétrico			
Nº do Ponto	Resíduo em x (mm)	Resíduo em y (mm)	
41053	-0,024	-0,036	
41054	-0,017	-0,009	
41057	0,037	-0,002	
41059	0,030	-0,017	
41062	-0,025	0,012	
31068	0,027	-0,004	
41103	-0,028	0,001	
41104	0,002	0,021	
41108	-0,027	0,005	
41112	0,003	0,030	
41111	0,021	-0,001	
Referencial geodésico local			
Nº do Ponto	Resíd. em X (m)	Resíd. em Y (m)	Resíd. em Z (m)
41053	0,367	0,591	0,122
41054	0,263	0,158	-0,101
41057	-0,602	0,016	0,029
41059	-0,491	0,268	-0,018
41062	0,409	-0,191	0,171
31068	-0,436	0,049	-0,263
41103	0,451	0,003	-0,250
41104	-0,023	-0,335	0,191
41108	0,441	-0,074	0,052
41112	-0,029	-0,489	0,269
41111	-0,350	0,005	-0,202
Parâmetros determinados e suas precisões			
$\kappa = 0,0287649 \pm 0,0001354$		$\varphi = -0,0004228 \pm 0,0004066$	
$\omega = 0,0007334 \pm 0,0004137$		$X_o = 966,1247342 \pm 0,6820892$	
$Y_o = 931,3301452 \pm 0,6832908$		$Z_o = 2385,5912008 \pm 0,2115726$	

Os resultados apresentados nas tabelas 76 e 77 mostram que o modelo matemático equação de colinearidade possui os parâmetros necessários à modelagem exata das diferenças físicas existentes entre os referenciais fotogramétrico (plano) e geodésico local (tridimensional), ligados a geometria central definida pela aerofoto.

Para a perfeita determinação dos parâmetros de orientação exterior da aerofoto com o procedimento testado, é importante observar a distribuição espacial dos pontos de apoio na aerofoto, conforme mostrado no item 2.7 deste trabalho. Como já visto, estes parâmetros são previamente determinados para serem utilizados no modelo matemático fundamental da monorestituição digital (equações de colinearidade inversa -57), que transformam fotocoordenadas de pontos observados na aerofoto, em coordenadas planas no referencial geodésico local, conforme metodologia apresentada no item 3.2.1.7.1.

4.4.4 Transformação entre referenciais do espaço imagem, espaço objeto e do sistema de projeção

Conforme já visto no item 3.2.1.7, tem-se nesta fase o coroamento desta pesquisa, ou melhor, utilizando-se das respectivas transformações, matematicamente determinadas, e do sistema de modelamento matemático de superfície, também já definido, realiza-se a retificação do arquivo gráfico vetorial, obtido da digitalização vetorial das entidades de interesse na aerofoto digital.

A transformação das coordenadas dos pontos digitalizados, estando no referencial fotogramétrico, para o referencial geodésico local, pode ser considerada como a mais importante do conjunto das transformações realizadas nesta fase. Utilizando-se basicamente o modelo de colinearidade inverso (57) e de um sistema de modelamento matemático de superfície, realiza-se a transformação do arquivo gráfico em projeção central para projeção ortogonal. Trata-se de uma transformação matematicamente exata, conforme apresentado no item 2.6, entretanto a precisão das coordenadas planimétricas retificadas é função, basicamente, da precisão da determinação altimétrica realizada no sistema de modelamento matemático de superfície.

Apresenta-se, para melhor visualização do processo, os resultados numéricos obtidos nas etapas de transformações necessárias à retificação planimétrica de um ponto digitalizado numa aerofoto.

1ª etapa

O ponto é digitalizado na aerofoto, tem suas coordenadas em U.O.R's no referencial do plano gráfico;

506060,000 -530564,000

2ª etapa

As coordenadas do ponto em U.O.R's são transformadas em milímetros;

131,439 -137,803

3ª etapa

As coordenadas do ponto no referencial do plano gráfico em milímetros são transformadas para o referencial fotogramétrico;

11,464 -19,554

4ª etapa

determinação das coordenadas planas aproximadas no referencial geodésico local (utilização da transformação projetiva plana);

2652,527 1822,338

5ª etapa

Primeira determinação altimétrica no sistema de modelamento de superfície;

948,965

6ª etapa

Primeira determinação planimétrica exata, com as equações de colinearidade inversa;

2627,061 1828,885

7ª etapa

Segunda determinação altimétrica no sistema de modelamento de superfície;
950,186

8ª etapa

Segunda determinação planimétrica exata, com as equações de colinearidade inversa;

2627,219 1828,974

9ª etapa

Terceira determinação altimétrica no sistema de modelamento de superfície;
950,147

10ª etapa

Terceira determinação planimétrica exata, com as equações de colinearidade inversa;

2627,214 1828,971

11ª etapa

Fim do processo (convergência)

As tabelas 78, 79, 80 e 81 apresentam os resultados obtidos com a retificação planimétrica de pontos, digitalizados nas aerofotos digitais das áreas testes empregadas neste trabalho.

Utilizou-se, na maior parte dos exemplos apresentados, a configuração (intervalo entre pontos de controle e função matemática) que garantisse a melhor precisão da determinação altimétrica no sistema de modelamento matemático de superfície.

A tabela 78 mostra os valores absolutos das diferenças de coordenadas obtidas no processo de retificação planimétrica e as diferenças altimétricas encontradas no modelamento matemático de superfície, de pontos pré-sinalizados digitalizados na aerofoto central do Campo de Calibração de Câmaras, que para fins de comparação, tem coordenadas planialtimétricas determinadas por aerotriangulação. Utilizou-se para a caracterização do relevo da região a malha de pontos com espaçamento de 30 metros e densificação nas proximidades da escarpa. A função de interpolação altimétrica empregada no modelamento matemático de superfície foi a superfície triangular de 3º grau contínua. Para a transformação das observações para o referencial fiducial adotou-se o polinômio de 2º grau, sem as correções de distorções e refração fotogramétrica.

TABELA 78 - Diferenças de coordenadas planialtimétricas obtidas no processo de retificação planimétrica e modelamento matemático de superfície, aplicado na região do campo de Calibração de Câmaras

Valor absoluto das diferenças de coordenadas determinadas pelo processo de retificação planimétrica e D.T.M.			
Nº do Ponto	Dif. em X (m)	Dif. em Y (m)	Dif. em Z (m)
101	0,116	0,079	0,184
102	0,048	0,088	0,027
104	0,917	0,752	1,099
106	0,219	0,143	0,079
105	0,326	0,943	1,841
108	0,020	0,083	0,090
110	0,108	0,307	0,678
111	0,337	0,424	0,851
112	0,250	2,564	4,319
113	0,209	1,407	2,271
115	0,225	0,096	0,305
114	0,207	0,660	0,905
116	0,187	0,186	0,317
118	0,834	0,557	1,872
117	0,728	0,455	1,167
109	0,076	0,253	0,036
107	0,019	0,223	0,765
123	0,625	0,943	1,569
125	0,168	2,669	4,122
126	0,139	0,555	1,176
127	0,545	0,473	0,692
128	0,582	0,279	0,376
129	0,182	0,392	0,600
130	0,485	0,317	0,587
Média	0,315	0,619	1,080
Erro Padrão	± 0,261	± 0,695	± 1,147

Os resultados apresentados na tabela 78 mostram que a precisão da retificação planimétrica de um ponto é função basicamente da precisão da determinação da coordenada altimétrica no D.T.M., pois verifica-se uma relação direta de maior discrepância planimétrica em pontos que apresentam maior diferença na coordenada altimétrica, mostrando ser insignificante as outras parcelas de erros existentes no processo. Por tratar-se de uma retificação de coordenadas planas de pontos, geometricamente ligados numa projeção central, quanto mais afastado do centro da foto encontrar-se o ponto a ser retificado, maior será a influência do erro altimétrico

nas suas coordenadas determinadas. A figura 30 e os valores numéricos apresentados a seguir mostram claramente esta condição.

Ponto 104

- Erro altimétrico: 1,099 metros
- Discrepâncias planimétricas: $d(X) = 0,917 \text{ m}$ e $d(Y) = 0,752 \text{ m}$
- Fotocoordenadas: $x = 67,624 \text{ mm}$ e $y = 60,959 \text{ mm}$
- Afastamento do centro: $R_{xy} = 91,044 \text{ mm}$

Ponto 126

- Erro altimétrico: 1,176 m
- Discrepâncias planimétricas: $d(X) = 0,139 \text{ m}$ e $d(Y) = 0,555 \text{ m}$
- Fotocoordenadas: $x = 29,821 \text{ mm}$ e $y = -26,551 \text{ mm}$
- Afastamento do centro: $R_{xy} = 39,928 \text{ mm}$

Apesar dos pontos apresentarem equivalentes erros altimétricos, no ponto 126 tem-se menor influência da imprecisão altimétrica na determinação das coordenadas planas do ponto, por encontrar-se mais próximo ao ponto principal da aerofoto.

A tabela 79 mostra os resultados obtidos com a retificação planimétrica realizada com os mesmos pontos e região do exemplo anterior, entretanto neste caso realizou-se a correção dos erros sistemáticos da imagem (distorções de lentes e refração fotogramétrica - atmosfera padrão)

TABELA 79 - Diferenças de coordenadas planialtimétricas obtidas no processo de retificação planimétrica e modelamento matemático de superfície, aplicado na região do campo de calibração de câmaras, com a correção dos erros sistemáticos de distorção de lentes e refração atmosférica

Valor absoluto das diferenças de coordenadas determinadas pelo processo de retificação planimétrica e D.T.M.			
Nº do Ponto	Dif. em X (m)	Dif. em Y (m)	Dif. em Z (m)
101	0,127	0,072	0,185
102	0,023	0,049	0,038
104	0,930	0,782	1,115
106	0,202	0,123	0,078
105	0,324	0,928	1,839
108	0,009	0,031	0,090
110	0,106	0,269	0,679
111	0,346	0,414	0,849
112	0,262	2,566	4,320
113	0,197	1,432	2,267
115	0,211	0,075	0,302
114	0,186	0,659	0,904
116	0,145	0,161	0,318
118	0,716	0,528	1,858
117	0,659	0,395	1,171
109	0,129	0,203	0,043
107	0,007	0,166	0,771
123	0,628	0,930	1,570
125	0,178	2,641	4,116
126	0,119	0,504	1,182
127	0,586	0,498	0,685
128	0,535	0,264	0,371
129	0,215	0,407	0,600
130	0,505	0,310	0,587
Média	0,306	0,600	1,081
Erro Padrão	± 0,251	± 0,703	± 1,145

Os resultados apresentados na tabela 79 mostram que aplicando-se a correção dos erros sistemáticos da imagem não se obteve nenhum ganho de precisão na determinação planimétrica dos pontos retificados. Levando-se em conta a imprecisão na determinação altimétrica, no sistema de modelamento matemático de superfície, pode-se concluir que, em aplicações práticas, esta correção pode ser desconsiderada neste procedimento de retificação planimétrica.

Tomando-se como referência o erro padrão, tem-se o intervalo de confiança de $\pm\sigma$ ou ± 1 desvio padrão, o que corresponde uma probabilidade de 68,27% da média encontrar-se neste intervalo.

Da tabela 78 tem-se o erro padrão nas componentes planimétricas X e Y de respectivamente $\pm 0,261$ m e $\pm 0,695$ m, ou 68,27% dos pontos testados encontram-se dentro destes intervalos. Tendo-se a escala média das aerofotos do campo de calibração o valor de 1/12000, tem-se um erro padrão na escala da foto de $\pm 0,022$ mm e $\pm 0,058$ mm. Considerando-se a precisão do mapeamento como função, basicamente, da escala da aerofoto e do máximo erro tolerável no posicionamento da marca de medida num detalhe identificável na imagem fotográfica e admitindo-se o caso de uma restituição realizada num sistema estereofotogramétrico analítico, pode-se considerar como máximo erro planimétrico admissível o valor de 0,050 mm na escala da foto (aproximadamente uma marca estereoscópica).

Verifica-se nas tabelas 78 e 79 que aproximadamente 68,27% dos pontos testados encontram-se dentro da precisão planimétrica considerada.

De forma geral, mesmo tratando-se de uma região desfavorável ao modelamento matemático de superfícies, verificou-se que os resultados obtidos na retificação planimétrica encontram-se dentro das precisões necessárias ao mapeamento planimétrico digital para a escala da foto em questão.

A tabela 80 mostra os valores absolutos das diferenças de coordenadas obtidas no processo de retificação planimétrica e as diferenças altimétricas encontradas no modelamento matemático de superfície, de pontos em forma de detalhes fotoidentificáveis digitalizados na aerofoto central do Área florestal Banestado, que para fins de comparação tem coordenadas planialtimétricas determinadas por observação do modelo analógico orientado, no aparelho fotogramétrico WILD B-8/S. Utilizou-se para a caracterização do relevo da região a malha irregular de 11.755 pontos, obtida a partir da transformação de curvas de nível digital, com intervalo de 10m entre curvas. A função de interpolação altimétrica, empregada no modelamento matemático de superfície, foi a superfície triangular de 3º grau contínua. Para a

transformação das observações para o referencial fiducial adotou-se o modelo afim geral plano, sem as correções de distorções e refração fotogramétrica.

TABELA 80 - Diferenças de coordenadas planialtimétricas obtidas no processo de retificação planimétrica e modelamento matemático de superfície, aplicado na região da Área Florestal Banestado

Valor absoluto das diferenças de coordenadas determinadas pelo processo de retificação planimétrica e D.T.M.			
Nº do Ponto	Dif. em X (m)	Dif. em Y (m)	Dif. em Z (m)
401	0,476	0,625	1,167
402	0,736	0,731	1,375
403	1,078	0,741	1,660
404	1,006	0,361	1,141
405	0,458	0,219	0,963
406	0,749	1,644	3,454
407	0,112	0,592	0,821
408	0,906	0,660	0,311
409	0,446	1,239	3,730
410	0,196	0,224	0,799
411	0,152	0,563	0,914
412	0,592	0,579	0,259
413	0,037	0,494	2,062
414	1,060	0,946	3,360
415	0,611	1,098	3,977
416	0,089	0,125	0,191
417	0,364	0,384	1,103
418	0,367	0,392	1,608
419	0,016	0,192	0,257
420	0,673	1,381	4,152
421	0,264	0,778	1,386
422	0,140	0,886	1,239
423	0,052	1,626	2,279
424	0,031	0,628	1,038
425	0,028	0,066	0,344
426	0,868	1,507	3,437
427	0,018	0,309	0,321
Média	0,427	0,703	1,605
Erro Padrão	± 0,357	± 0,457	± 1,257

Da tabela 80 tem-se o erro padrão nas componentes planimétricas X e Y de respectivamente $\pm 0,357$ m e $\pm 0,457$ m, ou 68,27% dos pontos testados encontram-se dentro destes intervalos. Tomando-se a escala média das aerofotos do núcleo florestal

Banestado o valor de 1/25000, tem-se um erro padrão na escala da foto de $\pm 0,014$ mm e $\pm 0,018$ mm.

Analisando-se a tabela 80, verifica-se que 68,27% dos pontos testados possuem precisões planimétricas superiores ao erro planimétrico adotado neste trabalho.

Neste exemplo, verifica-se em certos pontos a existência de uma parcela de erro devida ao posicionamento na marca de leitura no detalhe fotoidentificável, pois o erro planimétrico existe sem a existência da discrepância altimétrica. Diferentemente do exemplo anterior, neste caso os pontos testes são detalhes fotoidentificáveis e, dependendo do tipo do ponto, teve-se dificuldades no correto posicionamento da marca índice sobre o detalhe.

Os detalhes fotogramétricos que possuem elevações acima da superfície, tais como cantos de casa, muros, postes e etc., são os que apresentam maiores dificuldades no processo de observação monoscópica. Isto se deve ao fato da projeção central apresentar maiores deformações nas imagens destes detalhes e, a rigor, não se aplicam ao procedimento proposto para a retificação planimétrica adotada, pois geralmente a modelagem matemática da superfície é realizada a partir de informações dadas para caracterizar somente o relevo da região.

A tabela 81 mostra os valores absolutos das diferenças de coordenadas obtidas no processo de retificação planimétrica e as diferenças altimétricas encontradas no modelamento matemático de superfície, de pontos em forma de detalhes fotoidentificáveis digitalizados na aerofoto central do Área Urbana de Guarapuava, que para fins de comparação tem coordenadas planialtimétricas determinadas por observação do modelo analógico orientado, no aparelho fotogramétrico WILD BC-3. Utilizou-se, para a caracterização do relevo da região, a malha irregular com intervalo aproximado de 15 metros entre pontos, obtida a partir da varredura estereoscópica dos modelos. A função de interpolação altimétrica empregada no modelamento matemático de superfície foi a superfície triangular de 3º grau contínua. Para a transformação das observações para o referencial fiducial adotou-se o modelo afim geral plano, sem as correções de distorções e refração fotogramétrica.

TABELA 81 - Diferenças de coordenadas planialtimétricas obtidas no processo de retificação planimétrica e modelamento matemático de superfície, aplicado na região Urbana de Guarapuava

Valor absoluto das diferenças de coordenadas determinadas pelo processo de retificação planimétrica e D.T.M.			
Nº do Ponto	Dif. em X (m)	Dif. Em Y (m)	Dif. em Z (m)
300	0,231	0,445	0,501
301	0,252	0,204	0,356
302	0,025	0,200	0,301
303	0,342	0,429	0,407
304	0,180	0,124	0,360
305	0,085	0,252	0,382
306	0,008	0,516	0,205
307	0,365	0,170	0,240
308	0,227	0,007	0,178
309	0,139	0,268	0,520
310	0,005	0,144	0,061
311	0,318	0,139	0,400
312	0,270	0,095	0,310
313	0,033	0,572	0,912
314	0,212	0,224	0,171
315	0,539	0,094	0,201
316	0,418	0,033	0,332
317	0,273	0,311	0,489
318	0,066	0,091	0,089
319	0,295	0,135	0,099
320	0,435	0,339	0,512
321	0,170	0,189	0,411
322	0,206	0,602	0,671
323	0,382	0,274	0,063
324	0,175	0,336	0,645
325	0,210	0,342	0,057
326	0,008	0,159	0,720
327	0,353	0,238	0,198
328	0,232	0,136	0,620
329	0,112	0,090	0,195
330	0,264	0,500	0,304
331	0,515	0,008	0,365
332	0,067	0,388	0,101
333	0,396	0,315	0,293
334	0,241	0,553	0,451
335	0,009	0,640	0,755
336	0,410	0,333	0,105
337	0,453	0,065	0,430
Erro Médio	0,235	0,262	0,353
Erro Padrão	± 0,150	± 0,174	± 0,213

Da tabela 81 tem-se o erro padrão nas componentes planimétricas X e Y de respectivamente $\pm 0,150$ m e $\pm 0,174$ m, ou 68,27% dos pontos testados encontram-se

dentro destes intervalos. Tomando-se a escala média das aerofotos da região de Guarapuava o valor de 1/8000, tem-se um erro padrão na escala da foto de $\pm 0,019$ mm e $\pm 0,022$ mm.

Analisando-se a tabela 81, verifica-se que 68,27% dos pontos testados possuem precisões planimétricas superiores ao erro planimétrico adotado neste trabalho.

Pelos resultados obtidos nos experimentos realizados, verifica-se que o procedimento de monorestituição digital, desenvolvido neste trabalho, pode ser perfeitamente aplicado em mapeamento planimétrico, utilizando-se de aerofotos digitais na escala que possibilite a visualização das entidades a serem mapeadas, como também a precisão necessária à representação.

Para a obtenção de valores compatíveis com a restituição estereofotogramétrica tem-se a necessidade de pontos que definam precisamente a conformação do relevo, para prover matematicamente a determinação altimétrica, dentro da precisão necessária para a exata retificação planimétrica do ponto observado monoscopicamente.

O procedimento de monorestituição, desenvolvido neste trabalho, aplica-se principalmente para mapeamento planimétrico digital de entidades naturais e artificiais existentes na superfície terrestre que não apresentem grandes alturas em relação à superfície do terreno.

A dificuldade de fotointerpretação de certos detalhes fotoidentificáveis na imagem monoscópica, pode ser considerada como a maior desvantagem que o procedimento apresenta em relação à técnica estereofotogramétrica. Por outro lado, tem-se uma enorme vantagem quanto às facilidades de operacionalização do processo, pois não se tem necessidade de acuidade de visão estereoscópica. A acuidade estereoscópica exige que a restituição estereofotogramétrica seja realizada, somente por técnico fotogrametrista altamente qualificado.

5.0 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Diante do que foi desenvolvido e mostrado neste trabalho apresentam-se as seguintes conclusões:

a) A utilização da metodologia proposta para medir pontos em aerofotos digitais, associadas com o programa de computação gráfica “MicroStation Pc” apresenta precisões equivalentes ao sistemas fotogramétricos analíticos de 1º ordem;

b) O emprego de aerofotos digitais com resolução de 1000 D.P.I. (resolução do “pixel” de aproximadamente 0,025 mm), digitalizadas em “scanner” específicos para fotogrametria, atendem geometricamente aos procedimentos fotogramétricos aplicados à técnica de monorestituição digital de aerofotos;

c) A precisão de uma observação fotogramétrica, com a utilização da metodologia proposta nesta trabalho depende da resolução vídeo/placa gráfica existente no computador e da resolução da imagem digital;

d) Todos os experimentos fotogramétricos testados neste trabalho, utilizando-se dos procedimentos para observar e manipular aerofotos digitais, apresentaram precisões equivalentes aos realizados com aerofotos analógicas observadas num sistema fotogramétrico analítico;

e) As aerofotos digitais testadas neste trabalho apresentaram deformações não lineares, mostrando-se o modelo polinomial de 2º grau, como o mais apropriado para a parametrização das deformações geométricas da aerofoto digital;

f) Em termos práticos da aplicação da técnica da monorestituição, considerando o tamanho de “pixel” utilizado e as imprecisões existentes no modelamento matemático da superfície, não se verificou nenhuma desvantagem com a utilização da transformação afim geral no plano na parametrização das deformações geométricas da aerofoto digital;

g) A correção dos erros sistemáticos da imagem (distorções e refração fotogramétrica) pode ser desconsiderada nas aplicações fotogramétricas de

monorestituição digital com a utilização de imagens digitais com resolução do “pixel” de 0,025 mm.

h) Na modelagem matemática de superfície (D.T.M.), o modelo matemático de interpolação altimétrica, denominado superfície triangular de 3º grau, apresentou melhor desempenho em relação aos outros desenvolvidos;

I) Na modelagem de superfícies relativamente planas e com pequeno espaçamento entre os pontos de controle definidores do relevo, os algoritmos baseados na estruturação triangular apresentaram resultados equivalentes;

j) O algoritmo de interpolação altimétrica denominado de polinomial de 3º grau, que trata os pontos independentes de uma estruturação, foi o que apresentou o pior desempenho;

k) Não se verificou vantagens significativas com a utilização do algoritmo de interpolação, denominado de superfície triangular de 4º grau se comparado com a de superfície triangular de 3º grau;

l) O procedimento desenvolvido neste trabalho, para a obtenção de pontos definidores da conformação do relevo, denominado de varredura monoscópica de pontos, apresentou precisões equivalentes ao procedimento de varredura estereofotogramétrica. Entretanto, tem-se elevada dificuldade de operacionalização, principalmente em aerofotos que contenham cobertura florestal;

m) A precisão da determinação altimétrica, baseada no sistema de modelamento matemático de superfície, depende fundamentalmente da maneira como os pontos de controle caracterizam a conformação do relevo existente na região;

n) Considerando-se aspectos geométricos e matemáticos, o procedimento de monorestituição digital é equivalente ao procedimento analítico de restituição estereofotogramétrica planimétrica, desde que a coordenada altimétrica do ponto a ser retificado seja determinada com elevada precisão;

o) O procedimento de monorestituição digital, desenvolvido neste trabalho, apresenta precisões equivalentes aos procedimentos de monorestituição baseados em monocomparadores que utilizam aerofotos analógicas;

p) A precisão de um mapeamento planimétrico digital, realizado com o procedimento desenvolvido neste trabalho, depende fundamentalmente da precisão da interpolação altimétrica realizada no modelamento matemático da superfície;

q) A técnica de monorestituição digital planimétrica aplica-se na execução de mapeamento de entidades naturais e artificiais que não tenham alturas elevadas em relação a superfície do terreno;

r) A dificuldade de fotointerpretação de certos detalhes fotogramétricos na imagem digital monoscópica pode ser considerada como a maior desvantagem existente no processo de monorestituição se comparado com a técnica de restituição planimétrica estereofotogramétrica. Por outro lado, tem-se enorme vantagem na operacionalização do sistema por não exigir operadores capacitados em acuidade estereoscópica;

s) O processo de monorestituição digital aplica-se com grande eficiência na atualização planimétrica de mapas digitais, pois aproveita a informação altimétrica já mapeada, diminuindo custos e tempos na realização deste tipo de trabalho;

t) O procedimento de monorestituição desenvolvido neste trabalho, permitirá que na prática o processo torne-se vantajoso na relação custo x benefício, se comparado com os procedimentos de monorestituição baseados em monocomparadores, pois a necessidade de equipamentos é mínima;

u) Devido às dificuldades práticas existentes no correto modelamento matemático de superfícies, como também às imprecisões de fotointerpretação de certos detalhes, a técnica de monorestituição não se aplica em todos os mapeamentos planimétricos digitais. Entretanto, possibilitará a realização de certos mapeamentos planimétricos orientados às necessidades reais do usuário, feitos em sua própria organização com menor custo e maior benefício.

As recomendações do presente trabalho são as seguintes:

a) Realizar, antes de iniciar o projeto de mapeamento planimétrico, uma análise criteriosa das necessidades de precisão exigida na representação das entidades, como também dos tipos de entidades que se deseja cartografar, a fim de verificar se o procedimento de monorestituição digital atende as necessidades propostas;

b) Procurar utilizar a melhor configuração de vídeo e placa gráfica disponível no computador, para melhorar a visualização dos detalhes fotogramétricos na imagem digital e aumentar a precisão nas observações fotogramétricas;

c) Em qualquer utilização do procedimento de monorestituição, deve ser verificado, à priori, se as informações existentes sobre a caracterização do relevo atendem as precisões exigidas no mapeamento;

d) Procurar utilizar o procedimento de monorestituição com empresas ou equipes que tenham no seu corpo técnico um engenheiro Cartógrafo, visando melhor adequação e acompanhamento dos trabalhos realizados;

e) Procurar implementar o procedimento de monorestituição para a obtenção de informações espaciais adicionais, visando aplicações em sistemas de informações geográficas, a partir de mapeamentos digitais existentes;

f) Utilizar, sempre que possível, de informações altimétricas externas, associadas com pontos determinados no processo de varredura monoscópica, para melhorar a caracterização do relevo existente na região;

g) No processo de varredura monoscópica, utilizar as aerofotos analógicas que formam o modelo fotogramétrico e um estereoscópico para visualização tridimensional, visando a melhor definição de pontos de controle para a caracterização do relevo existente na região;

h) Na execução de mapeamentos, na área de reflorestamento, procurar escolher as aerofotos que permitam a perfeita visualização das entidades a serem restituídas, pois devido a projeção central, as copas das árvores geralmente encobrem as divisas de talhões e estradas numa aerofoto, mas não em outra;

i) Pesquisar procedimentos de obtenção de informações altimétricas baseada na correlação digital de “pixel”, visando melhorar a técnica de modelamento matemático de superfícies.

j) Implementar algoritmo de correlação digital em substituição a varredura monoscópica de pontos;

8.0 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 01 ANATECH. **Scanner Technology Overview - Evaluating Scanner Solutions.** Intergraph Corporation, 1990.
- 02 ANDRADE, José Bittencourt. **Photogrammetric Refraction.** Columbus, Ohio, 1977. PhD dissertation - Department of Geodetic Science, The Ohio State University.
- 03 ANDRADE, José Bittencourt. **Otimização do Projeto de Densificação do Controle Aerofotogramétrico.** In: IX CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA (1979 : Curitiba). **Anais...** Curitiba : S.B.C., 1979 p. 01-17.
- 04 ANDRADE, José Bittencourt; MITISHITA, Edson A. **System Calibration Versus Phogrammetric Refraction.** In: 16TH INTERNATIONAL CONGRESS OF INTERNATIONAL SOCIETY FOR PHOTOGRAMMETRY AND REMOTE SENSING (1988 : Kyoto). **Anais...** Kyoto : ISPRS, 1988. Volume 27, Part B8, p. 42- 49.
- 05 ANDRADE, José Bittencourt; OLIVAS, Mary A. Azevedo. **Calibração de Câmaras Aerofotogramétricas.** Boletim da UFPR, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, 1981 Curitiba, Nº 26 p. 01-39.
- 06 AKIMA, H. **A Method of Bivariate Interpolation and Smooth Surface Fitting Based on Local Procedures.** Communications A.C.M., 17(1), p. 18-24, january 1974.
- 07 AKIMA, H. **A Method of Bivariate Interpolation and Smooth Fitting for Irregular Distributed Data Points.** A.C.M. - Transaction on Mathematical Software, 4(2), p. 148-159, june 1978.
- 08 BELL, Kolbein. **A Refined Triangular Plate Bending Finite Element.** International Jounal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 1, p. 101-122, 1969.
- 09 BLACHUT, T.; CHRZANOWSKI, A.; SAASTAMOINEN, J. **Urban Surveying and Mapping.** New York : Springer- Verlag, 1979.
- 10 BURROUGH, P. A. **Principles of Geographical Information Systems for Land Resources Assessment.** Clarendon : Press- Oxford, 1989.

- 11 CARVALHO, Fernando, R. **Cadastro Geoambiental Polivalente Projeção TM (Conforme de Gauss)**. Informativo COCAR. Ano VI, Dezembro de 1984.
- 12 CASTAÑEDA FILHO, Rafael March. **Fatores Determinantes na Implantação de um Sistema de Informações Geográficas**. In: XIV CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA (1889 : Gramado). **Anais...** Gramado : S.B.C., 1989, vol. 3, p. 625-635.
- 13 DAL POZ, A. P. **Monorestituição: Uma Nova Solução**. In: XV CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA (1991 : São Paulo). **Anais...** São Paulo : S.B.C., 1991, Vol. 2, p. 269-274.
- 14 DAL POZ, A. P. **Monorestituição Aplicada à Atualização Cartográfica**. In: XVI CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA (1993 : Rio de Janeiro). **Anais...** Rio de Janeiro : S.B.C., 1993, Vol. 2, p. 410-417.
- 15 DESTRI, A. R. **Tratamento de Modelos Numéricos do Terreno (D.T.M.) Obtidos por Processos Fotogramétricos**. Rio de Janeiro, 1987. Dissertação (Mestrado em Engenharia de sistemas) - Instituto Militar de Engenharia.
- 16 ENSCHEDE, Jane Drummond. **Elements of Computer Assisted Cartograph**. International Institute Aerospace Survey and Earth Sciences - I.T.C., 1988.
- 17 EWING, D. J. et al. **Rules Governing the Numbers of Nodes and Elements in a Finite Element Mesh**, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 2, p. 597-601, 1970.
- 18 GEMAEL, Camil. **Referenciais Cartesianos Utilizados em Geodésica**. Curitiba, 1981. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas - UFPR.
- 19 GEMAEL, Camil. **Introdução ao Ajustamento de Observações**. Curitiba : Editora da Universidade Federal do Paraná, 1994.
- 20 KIRCHNER, F. F.; MITISHITA, E. A.; PREOSCK, R. E. **Processamento Digital de Imagens Orbitais como Ferramenta no Monitoramento de Áreas Degradadas**. In: II ENCONTRO PARANAENSE DE REABILITAÇÃO DE ÁREAS MINERADAS (1988 : São Mateus do sul). **Anais...** São Mateus do Sul, 1988.
- 21 KRUPNIK, A.; SHMUTTER, B. **Automated Editing of Data Digitized From a Cadastral Map**. C.I.S.M. Journal A.C.S.G.C., Vol. 4, p. 398-408, winter, 1992.

- 22 LUGNANI, João Bosco. **Introdução à Fototriangulação**. Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 1987.
- 23 LUGNANI, João Bosco. **Aprimoramentos para Atualização Cartográfica**. Curitiba, 1985. Tese (Professor Adjunto) - Departamento de Geociências, Universidade Federal do Paraná.
- 24 MAKAROVIK, B. **Digital Mono-Ploters**. I.T.C. Journal, Vol. 1 p. 101-122, 1973.
- 25 MASRY, S. E. **Digital Mapping Using Entities: a New Concept**. Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, Vol. 45(2) p. 193- 200, february, 1979.
- 26 MERCHANT, Dean C. **Analytical Photogrammetry: Theory and Practice, part I**. Columbus, Ohio, 1979. Department of Geodetic Science, The Ohio State University.
- 27 MICROSTATION. **User's Guide - Academic Suite**. Bentley Systems, Inc. 1995.
- 28 MICROSTATION. **Development and Support Guide - Academic Suite**. Bentley Systems, Inc. 1995.
- 29 MITISHITA, E. A. **Detecção de Erros Grosseiros nas Aerotriangulações**. Curitiba, 1986. Dissertação (Mestrado em Geociências) - Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná.
- 30 OSTMAN, A. **A Quality Control and Accuracy Estimation of Digital Elevation Models**. Papers on Digital Elevation, Image Correlation and Map Maintenance. Stockholm, Sweden, 1987. The Royal Institute of Technology - Department of Photogrammetry.
- 31 PETTINATI, F. **Modelamento Digital e Representação Gráfica de Superfícies**. São Paulo, 1983. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo - U.S.P..
- 32 VILLAREAL, Pablo E. G. **Atualização de Mapas Digitais com Fotografias Aéreas Singulares**. Curitiba, 1992. Dissertação (Mestrado em Geociências) - Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná.
- 33 ROBINSON, A.; MORRISON, J.; MUEHRCKE, P.; KIMERLING, A.; GUPTILL, S. **Elements of Cartography**. John Wiley & Sons, Inc - New York, 1995.

- 34 ROSIER, François A. **Aerotriangulação Semi-Analítica: Ajustamento Simultâneo com Injunções Posicionais.** Curitiba, 1983. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas - Universidade Federal do Paraná.
- 35 ROSIER, François A. **Notas de Aulas - Representações Cartográficas I.** Curitiba, 1985. Curso de Engenharia Cartográfica- Universidade Federal do Paraná.
- 36 VENETIANER, Tomas. **Desmistificando a Computação Gráfica.** Editora McGraw - Hill Ltda. São Paulo, 1988.
- 37 YOUNG, Kim, H. **Structured Projects Designed to Master MicroStation PC One Step At a Time.** Austin, Texas, 1990.